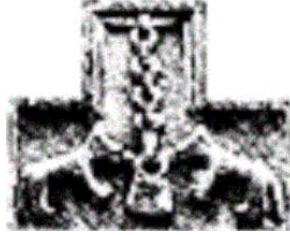


UNIVERSIDAD IBEROAMERICANA

Estudios con Reconocimiento de Validez Oficial por Decreto Presidencial
Del 3 de abril de 1981



LA VERDAD NOS HARÁ LIBRES

“LA DIMENSIÓN FORMATIVA DE LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS”

TESIS

Que para obtener el grado de

MAESTRO EN EDUCACIÓN HUMANISTA

Presenta

JOSÉ EDUARDO ROBLES URIBE

Director: Dr. Jorge Martínez Sánchez

Lectores: Dr. Jorge Ibáñez Cornejo

Dra. Hilda Patiño Domínguez

México, D.F.

2011

ÍNDICE

Introducción	1
I. La Reforma Integral de la Educación Media Superior y las competencias	7
II. Marco conceptual: del aprendizaje a la formación integral	24
III. Las competencias en la EMS y su aportación a la formación integral	71
IV. El desarrollo de las competencias en la enseñanza de las Matemáticas	96
V. La planeación didáctica	143
VI. Hacia un programa de Cálculo con el enfoque en el desarrollo de las competencias matemáticas	167
Conclusión	206
Bibliografía	219

INTRODUCCIÓN

Como cualquier profesor de Matemáticas, he escuchado infinidad de veces una pregunta de mis alumnos que está más que justificada: “¿Y eso para qué me va a servir?”. Detrás de ella hay algunas inquietudes intelectuales, pero sobre todo un reclamo que se prolonga generación tras generación, porque los jóvenes no encuentran una relación clara entre lo que sucede en los cursos de Matemáticas y su vida.

Yo he respondido el cuestionamiento como lo hacemos muchos: “Las Matemáticas son una disciplina que te ayuda a estructurar tu pensamiento, a razonar con orden, a entender con claridad muchos fenómenos naturales, porque las relaciones entre las variables se modelan en términos de orden y cantidad de acuerdo a ciertas estructuras matemáticas”. Mi respuesta no me ha dejado satisfecho en los 35 años que he dedicado a la docencia, y supongo que a mis alumnos tampoco. Sin embargo, estoy convencido que hoy no se puede vivir como sujeto proactivo en el mundo sin la capacidad de razonar matemáticamente las situaciones, lo que va más allá de hacer operaciones aritméticas elementales.

Me he dedicado a la educación porque creo que es una tarea apasionante, que se ubica en el centro de la lucha por hacernos humanos y humanizar el mundo en que vivimos, y estoy convencido de que cada disciplina tiene un lugar en esa lucha. En otras palabras, la formación de seres humanos no es tarea exclusiva de los humanistas, sino de todos: de los científicos y los tecnólogos, de los artistas y los administradores, de los ingenieros y los matemáticos. Por eso me entusiasmó la idea de mostrar la dimensión

formativa de la enseñanza de las Matemáticas, y lo quise hacer en el marco de un contexto muy concreto: el de la reforma de la educación media superior en México.

La educación en nuestro país está muy lejos de cumplir con su misión fundamental. Son contadas las instituciones que pueden escapar a una práctica simuladora y burocrática, que se limita a certificar logros que sólo son aparentes y que tienen duración efímera porque no están enraizados en procesos reales de crecimiento personal. Si no aprovechamos los espacios de reforma educativa que se van abriendo para reencauzar la educación hacia la formación de personas inteligentes, razonables, libres, críticas y comprometidas, habremos sido cómplices de las mismas prácticas que denunciarnos como lacra de nuestra sociedad.

Este trabajo es una modesta contribución a una tarea enorme. Está inspirado en una frase que ha resonado desde hace mucho tiempo en mi trabajo como profesor universitario: “Es preciso hacer lo que es posible”, le dijo la joven Antígona a un tirano que había prohibido dar sepultura al cuerpo de su hermano y que se burlaba de su tímido intento por cubrirlo con un poco de tierra. Yo creo que es posible abordar la enseñanza de las Matemáticas de otra manera que no sea la explicación de conceptos y procedimientos y su repetición mecánica en largas series de ejercicios. Yo creo que el aprendizaje de las Matemáticas es necesario para desarrollar no sólo un pensamiento ordenado y lógico, sino para actuar inteligentemente en el mundo y transformarlo con eficacia. Yo creo que la reforma del bachillerato es una pieza necesaria en la lucha por vivir mejor en nuestro país. Nada de eso es suficiente para lograr esta última meta, pero es posible hacerlo ahora, y entonces es preciso que lo hagamos.

Este trabajo inicia por eso con la presentación de las líneas que configuran la reforma de la educación media superior en el Capítulo I. Se trata del contexto en el que se desarrolla la gran mayoría de las instituciones educativas de este nivel. Tal vez la causa de esta reforma no es el interés por la calidad del bachillerato en México, sino la preocupación por la gran diversidad de propuestas curriculares que podemos encontrar; sin embargo, la reforma parte de un diagnóstico que reconoce la necesidad de mejorar la calidad para hacer más atractivos los estudios para los jóvenes, y abre la posibilidad de introducir cambios significativos en sus propósitos, enfoques y estrategias.

Lo esencial del bachillerato es que los alumnos egresen con una formación integral, que no significa enciclopédica. ¿Qué es lo que hace integral a un proceso educativo? El Capítulo II responde esta cuestión, sobre todo con base en la obra de Bernard Lonergan, pero también a partir de los modelos pedagógicos más recientes, desarrollados en torno a las teorías de Piaget, Brunner, Ausubel y Vigotsky.

Como las reformas educativas que están hoy en marcha en todos los niveles consideran un enfoque centrado en el desarrollo de competencias, el Capítulo III explora la adecuación de este enfoque con miras a lograr una formación integral en el bachillerato. Se trata de un ejercicio que contempla específicamente al bachillerato mexicano, pero recoge el desarrollo del modelo desde sus inicios en los ámbitos de la lingüística y la educación superior.

Sobre esa base, el Capítulo IV expone las posibilidades de desarrollar competencias matemáticas en tres propuestas curriculares vigentes en México: la de la Escuela Nacional Preparatoria, la de la Secretaría de Educación Pública (a través de la Dirección General de Bachillerato) y la del Colegio de Ciencias y Humanidades. Mi

pertenencia al Colegio implica una atención especial a sus logros y sus fracasos, reconocidos críticamente en los procesos de evaluación curricular que iniciaron hace dos años.

En tanto el desarrollo de competencias no se logra en la sola definición de propósitos, objetivos y estrategias didácticas, sino sobre todo en el diseño de secuencias que permitan vincular conocimientos específicos con contextos y problemas concretos, los últimos dos capítulos se dirigen a mostrar algunas alternativas a la planeación tradicional, con ejemplos en un curso de Cálculo Diferencial e Integral.

Detrás del contenido de este trabajo están el apoyo y la inspiración con que me impulsaron a concluir los estudios de la maestría y la elaboración de esta tesis mi esposa Judith y nuestros tres hijos, Eduardo, Diego y David; la generosidad con que me ofrecieron un espacio institucional para confrontar y dialogar en torno a los planteamientos de esta tesis, y el tiempo requerido para hacerlo, la UNAM, la Universidad Iberoamericana y los Hermanos Maristas; el desafío que siempre representan las inquietudes y cuestionamientos de mis alumnos, y la enorme sabiduría, lucidez y paciencia con que mi asesor, Jorge Martínez, quiso acompañarme en todo el camino. Decir que soy el autor de este trabajo precisa reconocer que todos ellos hicieron una parte, o que sin ellos no hubiera sido posible esta modesta aportación a la formación de los alumnos en el Bachillerato a partir de la enseñanza de las Matemáticas.

CAPÍTULO I

LA REFORMA INTEGRAL DE LA EDUCACIÓN MEDIA SUPERIOR Y LAS COMPETENCIAS

1. La situación de la EMS en México

- En septiembre de 2008 la Secretaría de Educación Pública estableció el “Sistema Nacional de Bachillerato en un Marco de Diversidad”, mediante el Acuerdo número 442.
- El Acuerdo se sustenta en un diagnóstico de la educación media superior (EMS) en México que destaca la desarticulación de los subsistemas, así como la necesidad de ampliar la cobertura, mejorar la calidad y lograr una mayor equidad en la oferta educativa.
- El desarrollo independiente de los subsistemas que operan en este nivel educativo se considera como algo positivo, en la medida que la pluralidad de modelos educativos *“permite atender una población diversa, con diferentes intereses, aspiraciones y posibilidades, sin que ello invalide objetivos comunes esenciales que se deben procurar”* (SEP, 2008a: 3). Sin embargo, se reconoce que esto implica el reto de formular los objetivos comunes a los subsistemas para potenciar sus alcances.

- En cuanto a la cobertura se parte del reconocimiento de que el crecimiento más notable del sistema educativo nacional en los próximos años se localizará en el nivel medio superior, así como de que la falta de cobertura en este nivel se debe fundamentalmente *“a la deserción y la baja eficiencia terminal antes que a la incapacidad del sistema para absorber a los egresados de las secundarias”* (SEP, 2008a: 8). A partir de esa realidad se configura el reto de ampliar la cobertura, pues *“sin niveles educativos más elevados, el potencial de México para elevar sus ingresos se verá restringido”* (SEP, 2008a: 10).
- Lo anterior desemboca en la urgencia de mejorar la calidad de la educación, pues sólo cuando ésta responda a las necesidades de los estudiantes el costo-beneficio de incorporarse al mercado de trabajo o permanecer en la escuela se inclinará a favor de la permanencia. Se trata entonces de que la educación que reciban los estudiantes de EMS contribuya *“a su crecimiento como individuos a través del desarrollo de habilidades y actitudes que les permitan desempeñarse como miembros de la sociedad”*. Más adelante se subraya este reto al afirmar que *“cuando los jóvenes reconocen en su vida cotidiana y en sus aspiraciones las ventajas de lo que aprenden en la escuela, redoblan el esfuerzo y consolidan los conocimientos y las habilidades adquiridas”* (SEP, 2008a: 10).
- Si la educación es una vía eficaz para lograr la movilidad social, es preciso atender una situación en la que existe una enorme brecha en la asistencia a la EMS entre los sectores de más altos ingresos (casi el 100%) y los más

bajos (poco más del 10%), aunada a las diferencias en la calidad de las escuelas.

- En conclusión, para responder a los retos de la globalización y a las legítimas aspiraciones de los jóvenes mexicanos, se reconoce la necesidad de reformar la educación en el nivel medio superior, para que garantice una misma base formativa a todos, independientemente del subsistema en que la cursen, permita atender y retener con eficacia a quienes acceden a ella, ofrezca un desarrollo efectivo de las capacidades de los estudiantes y los dote así de una formación que posibilite su adecuada incorporación a la sociedad, al mundo del trabajo o, si así lo desean, a la educación superior.

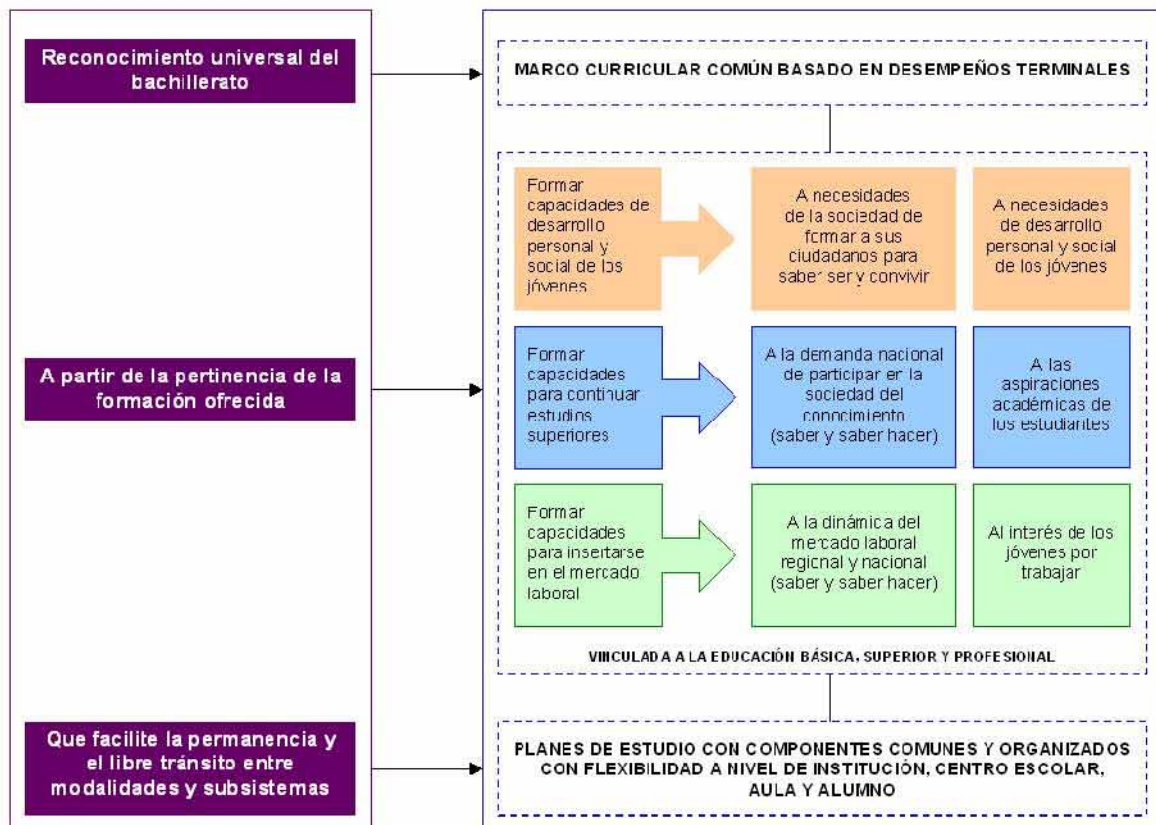
2. Los ejes de la reforma

El Sistema Nacional de Bachillerato parte así de tres principios:

- I. Reconocimiento universal del bachillerato
- II. A partir de la pertinencia de la formación ofrecida
- III. Que facilite la permanencia y el libre tránsito entre modalidades y subsistemas

Estos principios básicos tienen correspondencia con una estrategia global estructurada por tres componentes fundamentales, como se puede apreciar en el siguiente esquema (SEP, 2008a: 54):

Articulación de los principios básicos con las propuestas para la integración del Sistema Nacional de Bachillerato



I. El Marco Curricular Común basado en desempeños terminales

- Entre las posibles soluciones al problema de la desarticulación académica de los planes y programas de estudio, el Acuerdo opta por establecer desempeños finales compartidos que el ciclo de bachillerato debería alcanzar en todos los egresados, en lugar de establecer un tronco común o definir un conjunto de asignaturas obligatorias.

- La opción del Marco Curricular Común (MCC) basado en desempeños terminales consiste en definir un perfil básico del egresado, compartido por todas las instituciones y enriquecido de muy diversas maneras por lo específico de sus modelos educativos.
- Como se establece en el Acuerdo, *“el perfil básico hace referencia a los desempeños comunes que los egresados del bachillerato deben conseguir independientemente de la modalidad y subsistema que cursen. Es lo que constituiría el eje de la identidad de la educación media superior”* (SEP, 2008a: 55).

II. El enfoque centrado en competencias

- Para lograr el perfil básico del egresado de bachillerato se adopta un enfoque educativo centrado en competencias, porque se considera que permite articular en un plano diferente la gran diversidad de objetivos de aprendizaje, disciplinas, asignaturas y temarios que plasman los modelos educativos de los diferentes subsistemas.
- Las competencias juegan entonces un papel de unificación en cuanto establecen los mínimos requeridos para obtener la certificación del bachillerato, *“sin que las instituciones renuncien a su particular forma de organización curricular”* (SEP, 2008a: 57).
- El concepto de competencias se convierte así en una clave fundamental de la reforma del bachillerato. Surgido en la década de los setenta en el ámbito

empresarial para designar aquello que caracteriza a una persona capaz de realizar una tarea concreta de forma eficiente, se ha ido extendiendo rápidamente, en particular al ámbito educativo, donde inició en la formación profesional para alcanzar luego al resto de las etapas y niveles educativos.

- La aceptación de las competencias en la educación obedece probablemente a que permiten integrar los conocimientos, las habilidades y las actitudes que se busca desarrollar en las escuelas, y romper así con las propuestas que otorgaban la preeminencia a la teoría en detrimento de la capacidad de responder a problemas o situaciones de la vida real.
- En realidad, como bien observa Zabala, *“las actualmente novedosas ideas en torno a las competencias fueron expuestas y llevadas a cabo por numerosos maestros en muchas escuelas de todo el mundo a lo largo del siglo XX. Lemas como ‘preparar para la vida’, ‘que la vida entre en las escuelas’, ‘la escuela que investiga el medio’, ‘la escuela productora de cultura y no sólo transmisora de cultura’ (...) ‘formar cabezas bien hechas, no cabezas bien llenas’, entre otros, han sido defendidos por numerosos colectivos de maestros y maestras durante todo el siglo pasado. Es así como las ideas en torno a la formación en competencias y para la vida pueden recoger lo mejor de esta tradición”* (Zabala y Arnau, 2008: 26).
- En un documento de la ANUIES se definen las competencias como el *“conjunto de conocimientos, habilidades y destrezas, tanto específicas como transversales, que debe reunir un titulado para satisfacer plenamente las exigencias sociales... Las competencias son capacidades que la persona*

desarrolla en forma gradual y a lo largo de todo el proceso educativo” (De Allende y Morones, 2006: 4).

- Por su parte, la OCDE considera que *“una competencia es más que conocimiento y habilidades. Implica la capacidad de responder a demandas complejas, utilizando y movilizando recursos psicosociales (incluyendo habilidades y actitudes) en un contexto particular” (OCDE, 2005: 4).*
- Por su relevancia en el ámbito pedagógico, es indispensable citar a Perrenoud, para quien la competencia es una *“capacidad de movilizar recursos cognitivos para hacer frente a un tipo de situaciones”, a lo que agrega que “las competencias no son en sí mismas conocimientos, habilidades o actitudes, aunque movilizan, integran, orquestan tales recursos” (Perrenoud, 2004: 15).*
- El enfoque centrado en competencias implica una transformación radical de la práctica educativa, que el Acuerdo para la Creación del Sistema Nacional del Bachillerato no explicita, pero que conviene tener en cuenta para no transitar ingenuamente por un camino sin advertir sus riesgos y exigencias. No se trata simplemente de renombrar los objetivos de aprendizaje con un nuevo título, sino de ir más allá del dominio de la conducta (como se planteaba el enfoque conductista) o del cognitivo (como lo plantea el constructivismo), para acceder a una dimensión integral, que incluye los conocimientos, habilidades, actitudes y valores que se requieren para llevar a cabo un desempeño, es decir, una tarea con un sentido elegido por quien la realiza. Laura Frade precisa la magnitud del cambio que implica la adopción

de un modelo centrado en competencias: *“un objetivo conductista o un propósito constructivista definen qué sabes al final de un proceso educativo, pero, en contraste, una competencia específica qué debes saber hacer con el conocimiento, tanto al final de un ciclo como durante la clase”* (Frade, 2008: 14).

- El trabajo en clase para lograr que los alumnos desarrollen competencias se desarrolla entonces por situaciones didácticas o escenarios de aprendizaje que incluyen secuencias de actividades articuladas y buscan intencionalmente el despliegue de ciertos desempeños por parte de los estudiantes, y no simplemente por actividades desarticuladas y repetitivas, ni sólo con estrategias dirigidas a la construcción del aprendizaje de los alumnos.
- Una competencia podría requerir movilizar ciertos conocimientos y procedimientos proporcionados por una o varias disciplinas, y a la inversa, un conocimiento puede ser requerido para desempeñarse eficazmente en diversas situaciones. Esto muestra la relación que existe entre conocimientos y competencias, y también que aquéllos no se agotan en éstas, ni a la inversa. En este sentido, es importante señalar que *“la Reforma que se propone no busca eliminar la organización disciplinar del conocimiento, sino especificarla y complementarla”* (SEP, 2008a: 67).
- El Sistema Nacional de Bachillerato se desarrollará con base en tres tipos de competencias: genéricas, disciplinares y profesionales, como se puede apreciar en el siguiente esquema (SEP, 2008a: 68):

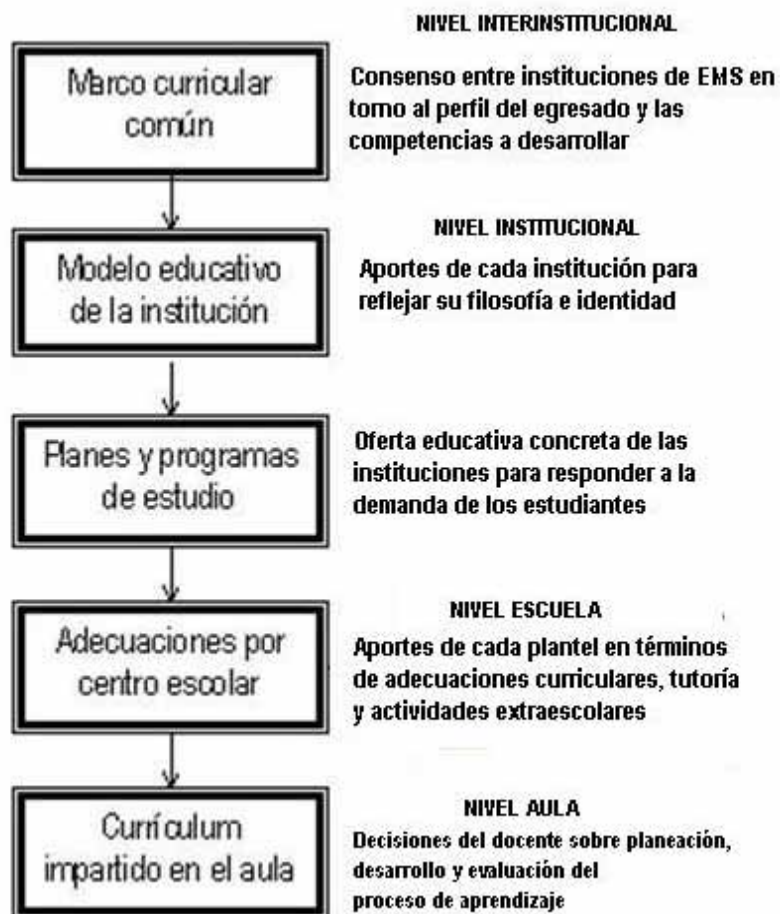
Competencias para el Sistema Nacional de Bachillerato

Competencias		Descripción	Ejemplos
Genéricas		Comunes a todos los egresados de la EMS	Participa en intercambios de información basados en la correcta interpretación y emisión de mensajes mediante la utilización de distintos medios, códigos y herramientas.
Disciplinares	Básicas	Comunes a todos los egresados de la EMS	Realiza la conversión de notación científica a notación ordinaria y viceversa
	Extendidas	Específicas de los distintos subsistemas de la EMS	Obtiene las derivadas sucesivas de una función
Profesionales	Básicas	Formación elemental para el trabajo	Opera equipo de oficina conforme a los manuales y requerimientos establecidos

- Las **competencias genéricas** son aquellas que deben poseer todos los egresados del bachillerato para estar en condiciones de participar eficaz y responsablemente en el mundo en que viven y, al mismo tiempo, para continuar aprendiendo de forma autónoma a lo largo de sus vidas. En este sentido, las competencias genéricas deben reunir tres características:

- Ser **clave**, dada su relevancia a lo largo de toda la vida y porque son aplicables a contextos personales, sociales, académicos y laborales amplios.
- Ser **transversales**, es decir, relevantes en todas las disciplinas académicas, actividades extracurriculares y procesos escolares de apoyo a los estudiantes.
- Ser **transferibles**, en cuanto refuerzan la capacidad de adquirir otras competencias.
- *“Las **competencias disciplinares** expresan las finalidades de las disciplinas como algo más que una serie de conocimientos que pueden adquirirse de forma memorística, (pues) se refieren a procesos mentales complejos que permiten a los estudiantes enfrentar situaciones complejas como las que caracterizan al mundo actual”* (SEP, 2008a: 72). En estas competencias se reconocen dos niveles de complejidad: uno básico, compuesto por los conocimientos que todos los estudiantes habrán de alcanzar, independientemente de su futura trayectoria académica o profesional, y uno extendido, de mayor amplitud y profundidad, que sólo corresponderá a quienes estudien cierto tipo de bachillerato.
- Las **competencias profesionales** se refieren a un campo laboral, y se caracterizan entonces por la capacidad de lograr ciertos desempeños en contextos específicos.

- Los tres tipos de competencias se pueden desarrollar en diferentes formas en los diversos subsistemas de bachillerato, partiendo de que tanto las genéricas como las disciplinares básicas han de desarrollarse en todos ellos, pero no así las disciplinares extendidas ni, por supuesto, las profesionales.
- El Marco Curricular Común se caracteriza así por su flexibilidad, lo cual implica diversos niveles de concreción curricular, como se muestra en el siguiente esquema (SEP, 2008a: 87):



- En el esquema se puede apreciar una flexibilidad creciente: desde el consenso interinstitucional sobre el perfil del egresado, hasta las decisiones que le competen a cada profesor en el aula

III. Las competencias genéricas en el bachillerato

El Artículo 4 del Acuerdo 444 de la Secretaría de Educación Pública, publicado en el Diario Oficial de la Federación el 29 de octubre de 2008, establece las once competencias genéricas del Marco Curricular Común del Sistema Nacional de Bachillerato, agrupándolas en seis categorías (SEP, 2008b: 1-4):

Se autodetermina y cuida de sí

1. Se conoce y valora a sí mismo y aborda problemas y retos teniendo en cuenta los objetivos que persigue.
2. Es sensible al arte y participa en la apreciación e interpretación de sus expresiones en distintos géneros.
3. Elige y practica estilos de vida saludables.

Se expresa y comunica

4. Escucha, interpreta y emite mensajes pertinentes en distintos contextos mediante la utilización de medios, códigos y herramientas apropiados.

Piensa crítica y reflexivamente

5. Desarrolla innovaciones y propone soluciones a problemas a partir de métodos establecidos.
6. Sustenta una postura personal sobre temas de interés y relevancia general, considerando otros puntos de vista de manera crítica y reflexiva.

Aprende de forma autónoma

7. Aprende por iniciativa e interés propio a lo largo de la vida.

Trabaja en forma colaborativa

8. Participa y colabora de manera efectiva en equipos diversos.

Participa con responsabilidad en la sociedad

9. Participa con una conciencia cívica y ética en la vida de su comunidad, región, México y el mundo.
10. Mantiene una actitud respetuosa hacia la interculturalidad y la diversidad de creencias, valores, ideas y prácticas sociales.
11. Contribuye al desarrollo sustentable de manera crítica, con acciones responsables.

- Cada competencia se especifica en posibilidades de concreción, que el Acuerdo llama inadecuadamente “atributos”, como si fueran propiedades o cualidades de cada una de ellas, pero que sirven para ilustrar formas

específicas de contribuir al desarrollo de la competencia. Por ejemplo, para la Competencia Genérica 1 (“Se conoce y valora a sí mismo y aborda problemas y retos teniendo en cuenta los objetivos que persigue”) se establecen los siguientes “atributos” (SEP, 2008b: 2):

- Enfrenta las dificultades que se le presentan y es consciente de sus valores, fortalezas y debilidades.
 - Identifica sus emociones, las maneja de manera constructiva y reconoce la necesidad de solicitar apoyo ante una situación que lo rebase.
 - Elige alternativas y cursos de acción con base en criterios sustentados y en el marco de un proyecto de vida.
 - Analiza críticamente los factores que influyen en su toma de decisiones.
 - Asume las consecuencias de sus comportamientos y decisiones.
 - Administra los recursos disponibles teniendo en cuenta las restricciones para el logro de sus metas.
- Las competencias genéricas constituyen el perfil de egreso común a todos los subsistemas de bachillerato, por lo que se requiere un análisis cuidadoso de su sustento, así como una amplia discusión sobre sus posibilidades de generar el consenso interinstitucional que establece como punto de partida el Marco Curricular Común.

IV. Las competencias docentes

- Por su parte, el Acuerdo 447, publicado en el DOF el 18 de octubre de 2008, establece que las competencias docentes deben tener las siguientes características (SEP, 2008c: 1-2):
 - Son fundamentales para los docentes de la EMS.
 - Están referidas al contexto de trabajo de los docentes del tipo educativo, independientemente del subsistema en el que laboren, las asignaturas que tengan a su cargo y las condiciones socioeconómicas y culturales de su entorno.
 - Son transversales a las prácticas de enseñanza y aprendizaje de los distintos campos disciplinares.
 - Son trascendentales para el desarrollo profesional y formación continua de los docentes como formadores de personas integrales.
 - Son un parámetro que contribuye a la formación docente y a la mejora continua de la enseñanza y el aprendizaje en la EMS. En este sentido, las competencias no reflejan la situación actual de la docencia en el tipo educativo, ni se refieren simplemente al deber ser; se trata de competencias que pueden y deben ser desarrolladas por todos los docentes del bachillerato en el mediano plazo, y sobre las cuales podrán seguir avanzando a lo largo de su trayectoria profesional.
 - Son conducentes a formar personas que reúnan las competencias que conforman el Perfil del Egresado de la EMS.

- Así, establece que las competencias requeridas en los profesores de educación media superior son las siguientes (se incluyen los “atributos” que especifican la Competencia Docente 1):

1. *Organiza su formación continua a lo largo de su trayectoria profesional.*

Atributos:

- Reflexiona e investiga sobre la enseñanza y sus propios procesos de construcción del conocimiento.
- Incorpora nuevos conocimientos y experiencias al acervo con el que cuenta y los traduce en estrategias de enseñanza y de aprendizaje.
- Se evalúa para mejorar su proceso de construcción del conocimiento y adquisición de competencias, y cuenta con una disposición favorable para la evaluación docente y de pares.
- Aprende de las experiencias de otros docentes y participa en la conformación y mejoramiento de su comunidad académica.
- Se mantiene actualizado en el uso de la tecnología de la información y la comunicación.
- Se actualiza en el uso de una segunda lengua.

2. *Domina y estructura los saberes para facilitar experiencias de aprendizaje significativo.*

3. *Planifica los procesos de enseñanza y de aprendizaje atendiendo al enfoque por competencias, y los ubica en contextos disciplinares, curriculares y sociales amplios.*
 4. *Lleva a la práctica procesos de enseñanza y de aprendizaje de manera efectiva, creativa e innovadora a su contexto institucional.*
 5. *Evalúa los procesos de enseñanza y de aprendizaje con un enfoque formativo.*
 6. *Construye ambientes para el aprendizaje autónomo y colaborativo.*
 7. *Contribuye a la generación de un ambiente que facilite el desarrollo sano e integral de los estudiantes.*
 8. *Participa en los proyectos de mejora continua de su escuela y apoya la gestión institucional.*
- De estas competencias se derivan programas de formación docente cuya dimensión y alcances no han sido visualizados por la gran mayoría de las instituciones y los cuerpos académicos. La SEP está implementando a nivel nacional un Programa de Formación Docente para la Educación Media Superior (PROFORDEMS) que habrá de ser evaluado con toda seriedad, porque en él se juega la viabilidad de la reforma.

CAPÍTULO II

MARCO CONCEPTUAL: DEL APRENDIZAJE A LA FORMACIÓN INTEGRAL

Cada día nos topamos con evidencias de la miseria humana: corrupción, crímenes, engaños, explotación, vicios, infidelidad, abandono, ignorancia, manipulación, abusos y toda la gama de manifestaciones del egoísmo y la maldad parecieran dar la razón a quienes consideran que el género humano no tiene remedio. Pero al lado de esta evidencia se puede encontrar sinceridad, compromiso, generosidad, honradez, desprendimiento, perseverancia, sabiduría y amor en tal abundancia que podemos afirmar que la esperanza en la bondad del ser humano es una virtud fundada, y que entonces cada esfuerzo que se haga por conducir o impulsar a los niños y los jóvenes a la realización de sus mejores posibilidades vale la pena.

Las culturas desarrolladas de todas las épocas de la historia han organizado y sistematizado esos esfuerzos en una acción colectiva que llamamos “educación”, y que sólo es posible cuando se dirige al logro de un ideal de ser humano. Por supuesto, ese ideal ha variado de acuerdo a la tarea que debe cumplir en cada circunstancia, y así se ha destacado la fuerza y la destreza si se trata de los guerreros de la antigüedad; la inteligencia, la capacidad de persuasión y la astucia en la lucha por el poder en los reinos o imperios que llenaron tres milenios de la historia humana, o el desarrollo de la ciencia, la tecnología y las grandes empresas que han marcado apenas los últimos dos siglos de esa historia.

Lo que no varía es el empeño por lograr que las nuevas generaciones tengan una determinada estructura o conformación. Cada sociedad se empeña en formar al ser humano en un proceso que no puede prescindir del ideal que se propone alcanzar, ni de la participación activa de la persona que se está formando, pues ésta no es una materia inerte, que pueda simplemente ser moldeada al antojo del formador.

El ideal de ser humano no crea el potencial de cada uno, ni se alcanza en un proceso inevitable; entre lo que una sociedad quiere alcanzar y lo que las nuevas generaciones quieren para su propia vida, siempre hay diferencias, conflictos y resistencias que van a desembocar en un resultado diferente a lo que éstas y aquélla se proponían. Sin embargo, sigue siendo posible ese proceso que llamamos “formación” y que consiste en el desarrollo del potencial de cada persona a través de los aprendizajes que va logrando a lo largo de su vida.

Se aprende, por supuesto, en muy diversos ámbitos, y la formación no se puede reducir a lo que sucede en la escuela, pero como en ésta se desarrolla de manera explícita, intencional y formal, su impacto en la personalidad del individuo es muy relevante.

Hacia finales del siglo pasado, la UNESCO formó una Comisión Internacional sobre la Educación para el Siglo XXI, presidida por Jacques Delors y conformada por otros 14 especialistas. El informe del trabajo de la comisión se publicó en 1996 con el título

“*Learning: the treasure within*” (traducido al español como “La educación encierra un tesoro”), e inicia con las siguientes palabras:

“Frente a los numerosos desafíos del porvenir, la educación constituye un instrumento indispensable para que la humanidad pueda progresar hacia los ideales de paz, libertad y justicia social. Al concluir sus labores, la Comisión desea por tanto afirmar su convicción respecto a la función esencial de la educación en el desarrollo continuo de la persona y las sociedades, no como remedio milagroso – el “Ábrete Sésamo” de un mundo que ha llegado a la realización de todos estos ideales- sino como una vía, ciertamente entre otras, pero más que otras, al servicio de un desarrollo humano más armonioso, más genuino, para hacer retroceder la pobreza, la exclusión, las incomprensiones, las opresiones, las guerras...” (Delors et al., 1997: 9).

Esta expresión subraya la importancia que tiene hoy la educación como medio para alcanzar el desarrollo de las personas y los pueblos, pero requerimos precisar de qué educación se trata, puesto que no cualquier medio conduce sin más a lograr el fin que se pretende. En este sentido adquiere relevancia la precisión de los términos “aprendizaje”, “aprendizaje significativo”, “desarrollo” y, finalmente, “formación integral”. Por ello se dedica este capítulo a presentar los elementos que permitan clarificar las condiciones en las que el trabajo que se desarrolla en las escuelas puede ser un medio eficaz para que los alumnos logren realizar su potencial y contribuyan a la superación de la sociedad en la que viven.

1. APRENDIZAJE

Los filósofos existencialistas postularon de distintas formas que “ser hombre es hacerse hombre”, es decir, que no basta con nacer como ser humano, sino que hay que llegar a serlo, porque la condición humana implica una dialéctica entre un “ya” y un “todavía no”, que se desenvuelve a lo largo de toda la vida. Uno de los personajes de “La Condición Humana”, de André Malraux, expresa dramáticamente esta situación cuando afirma: *“No bastan nueve meses para hacer a un hombre: se necesitan cincuenta años, y cuando por fin está listo, sólo sirve para morirse”*.

Esta condición de ser siempre en proceso y siempre inacabado implica que la vida humana es una continua transformación... Pero ¿qué es lo que tiene que cambiar? O, mejor dicho, ¿en dónde se produce el cambio que ha de conducir a la transformación del ser humano?

Podemos tener una idea de lo que es el mundo y de lo que son las personas a nuestro alrededor, y podemos cambiar esas ideas o adquirir otras nuevas, y seguir actuando de la misma manera. El cambio al que aludimos se establece cuando hay una *“modificación más o menos estable de pautas de conducta”* (Bléger, 1977: 84), es decir, cuando nuestros esquemas de comportamiento ante las cosas o ante los demás se han modificado. Vamos a entender, en principio, que el aprendizaje es esta modificación de nuestras pautas de conducta.

En este sentido, conocer algo no constituye un aprendizaje, ni mucho menos repetir de memoria lo que alguien ha dicho sobre las relaciones entre las cosas, aunque el conocimiento puede ser fuente de aprendizajes en la medida en que sea asimilado por un sujeto, en que lo relacione con otros conocimientos anteriores y en que lo tenga dispuesto para utilizarlo como base de una nueva forma de comportamiento. En la concepción de Bléger no hay aprendizaje si sólo se entra en contacto con la información o si ésta se memoriza: hace falta que se modifiquen las pautas de conducta.

Conviene precisar aquí lo que significa “comportamiento” o “conducta”, para evitar la confusión de esta concepción de aprendizaje con los planteamientos ya abundantemente discutidos y rebatidos de la escuela conductista. Para ésta, la conducta debe ser observable, y la intervención educativa se dirige a modificar las respuestas de los individuos a través de los estímulos. Más aún, lo que se pretende es lograr un comportamiento específico, para lo cual se utilizan diferentes condicionamientos o reforzamientos. El papel del sujeto del aprendizaje debe ser activo, puesto que, de acuerdo a Skinner, las personas aprenden haciendo, experimentando y ensayando, pero *“el contenido de lo aprendido es una “copia” de los contenidos transmitidos. En este sentido, el método básico de enseñanza es la transmisión de conocimientos”* (Gros, 2007: 234).

En cambio, lo que estamos entendiendo aquí por aprendizaje, siguiendo a Bléger, es el cambio de las pautas de una conducta que no necesariamente es observable, como

podiera ser un procedimiento para articular una argumentación o para desarrollar observaciones de un fenómeno; además, la modificación de las pautas de conducta no se preestablece, sino que se puede percibir, entender y valorar una vez que ha acontecido. En síntesis, se trata de un aprendizaje completamente diferente al que buscan los conductistas a través del condicionamiento y los procesos de refuerzo.

2. APRENDIZAJE SIGNIFICATIVO

Carl Rogers introdujo el concepto de “significatividad” desde el punto de vista psicológico existencial para atribuirlo al aprendizaje. En su perspectiva hay entonces dos tipos de aprendizaje: el MEMORÍSTICO, que no logra darle sentido al material que se incorpora sólo a la memoria (y que para Bléger no tendría el carácter de aprendizaje), y el SIGNIFICATIVO, que lo incorpora a la existencia porque le da un sentido. En El proceso de convertirse en persona, Rogers propone una imagen muy sugestiva para diferenciar entre los dos tipos de aprendizaje:

“Los aprendizajes significativos introducen una verdadera diferencia en (la) vida... Creo estar en lo cierto al afirmar que también los educadores se interesan por un aprendizaje distinto... El simple conocimiento de hechos no deja de tener su valor (...) No obstante, pienso que, en general, los educadores no pueden sentirse satisfechos al pensar que la adquisición de este tipo de conocimientos constituye la educación. Esto me recuerda la categórica afirmación de un profesor de

agronomía que tuve durante mi primer año en la universidad... recuerdo que, durante la Primera Guerra Mundial, comparó el conocimiento de datos con las municiones y coronó su pequeño discurso con la siguiente exhortación: “¡No seas vagón de municiones, sé un rifle!” Pienso que la mayoría de los educadores coincidirán en que el conocimiento existe fundamentalmente para que se lo utilice” (Rogers, 2007: 247-248).

Entonces, según Rogers el aprendizaje significativo es, más que una mera acumulación de hechos o de información, un aprendizaje que penetra en todos los aspectos de la existencia, y entonces produce una diferencia en el comportamiento de los individuos, en sus acciones, en sus actitudes y en su misma personalidad. Se trata, pues, de un impacto más profundo que el que se caracteriza por la modificación de las pautas de conducta, porque llega al ámbito de las actitudes y de la misma personalidad.

Para que esto se logre, el aprendizaje significativo habrá de tener las siguientes características (Zarzar, 2003: 46-47):

- Involucrar a la **persona total**.
- Ser **autoiniciado**, aunque el estímulo inicial sea externo.
- Ser **penetrante**, es decir, cambiar las actitudes y la misma personalidad.
- Ser **autoevaluado**, pues la persona que aprende es la única que sabe si el aprendizaje satisface sus necesidades.
- La esencia del aprendizaje es el **significado** que tiene para la persona

Los requerimientos parecen excesivos para lo que puede lograrse en una institución educativa que trabaja con jóvenes que llegan a sus aulas sin claridad en sus metas personales ni consistencia en los medios que están dispuestos a poner para lograrlas. Una buena parte de los estudiantes acceden a los niveles superiores de la educación por una especie de inercia en la continuación de su trayectoria escolar o con una vaga expectativa –por cierto, cada vez menos generalizada- de lograr mejores condiciones de vida a partir de su preparación profesional.

En el caso de la educación media superior esto es aún más evidente: el bachillerato es, en la mayoría de los casos, una especie de cuota o requisito que hay que cubrir para ingresar a lo que realmente importa: los estudios profesionales. ¿Cómo puede involucrarse la “persona total” en una etapa formativa que se transita con tan frágiles motivaciones? ¿Cómo puede iniciar por sí mismo un proceso de aprendizaje un estudiante que no ha llegado a experimentar la necesidad de conocer el mundo en el que vive, porque sus intereses todavía no salen de las esferas socioafectiva y del entretenimiento que tan intensamente se promueven en nuestra cultura?

Entre el aprendiz que reclama Rogers y los que existen en nuestras escuelas se necesita la mediación de una docencia que progresivamente reduzca las distancias, en los términos de Coll: ““la significatividad del aprendizaje no es cuestión de todo o nada, sino más bien de grado” (Coll, citado en Zarzar, 2003: 46), y entonces la función de la

escuela es intentar que los aprendizajes de los alumnos sean, en cada momento, “lo más significativos posible”.

¿Cómo se puede lograr esto? El mismo Rogers sugiere lo siguiente (Rogers, 2007: 252-260):

- **El contacto con problemas:** el aprendizaje significativo se produce con mayor facilidad cuando el individuo se enfrenta con situaciones que son percibidas como problemas. Cuando los estudiantes siguen cursos que a su juicio no guardan ninguna relación con sus propios problemas, permanecen pasivos y terminan insatisfechos.
- **La autenticidad del docente:** el aprendizaje se facilita cuando el docente es una persona real en su relación con sus alumnos; una persona que puede enojarse, pero también ser sensible o simpática. Esto es importante porque, en la medida en que acepta sus sentimientos como suyos, no necesita imponerlos a sus alumnos ni tratar de que sientan del mismo modo. La enseñanza produce mejores frutos cuando se enmarca en una relación humana, y no cuando es sólo la ejecución sin rostro de un programa o el despliegue de las técnicas audiovisuales más modernas.
- **Aceptación y comprensión:** el aprendizaje significativo sólo puede producirse si el profesor es capaz de aceptar al alumno tal como es y comprender sus sentimientos, en especial los que le produce entrar en contacto con los temas que habrá de trabajar en el curso.

- **La motivación básica:** Para ser educador se requiere una confianza básica en la tendencia autorrealizadora de los estudiantes, en que cuando se hallan en contacto real con los problemas de la vida, los alumnos desean aprender, crecer, descubrir y crear. La función docente es crear en el aula un clima que permita el desarrollo de estas tendencias.
- **La evaluación en la vida:** verificar el rendimiento de los alumnos para comprobar si satisface los criterios planteados por el profesor se opone directamente a la concepción de aprendizaje significativo. Los requisitos de acreditación no debiera plantearlos el docente, sino que debieran provenir de la vida misma.

Las ideas de Rogers pueden ser fuente de inspiración para replantear algunos aspectos de la actividad docente, pero llevadas al extremo pueden conducir al inmovilismo, como él mismo lo planteó en una conferencia dictada en la Universidad de Harvard: *“Pienso que cualquier cosa que pueda enseñarse a otra persona es relativamente intrascendente y ejerce poca o ninguna influencia sobre la conducta...he llegado a sentir que los resultados de la enseñanza son intrascendentes o bien dañinos”* (Rogers, 2007: 243-244). Conviene por eso matizar estas ideas como lo propone César Coll:

“La idea esencial de la tesis constructiva que subyace al aprendizaje significativo es (...) que el aprendizaje que lleva a cabo el alumno no puede entenderse únicamente a partir de un análisis externo y objetivo de lo que le enseñamos y de cómo se lo enseñamos, sino que es necesario tener en cuenta, además, las

interpretaciones subjetivas que el propio alumno construye a este respecto. De aquí a poner en duda la posibilidad misma de enseñar en sentido estricto, a afirmar que la enseñanza debe renunciar a ejercer una influencia directa sobre el aprendizaje de los alumnos (...) sólo hay un paso, pero es un paso que a nuestro juicio no debe darse y que, si se da, equivale a vaciar el concepto de aprendizaje significativo de la mayor parte de su potencialidad heurística como instrumento de análisis y de reflexión psicopedagógica” (Coll, citado por Zarzar, 2003: 48).

David Ausubel también habla de aprendizaje significativo, pero se reduce a explicar la función cognitiva del significado. Según él, la esencia del aprendizaje significativo reside en que las ideas expresadas simbólicamente son relacionadas de modo no arbitrario, sino sustancial, con lo que el alumno ya sabe.

Se trata de que el alumno detecte una relación lógica entre el nuevo material de estudio y las ideas que ya conoce y domina. Por tanto, el factor singular más importante que determina el aprendizaje es lo que el alumno ya sabe.

La contribución de Bernard Lonergan a la comprensión del “significado” resulta fundamental para tener un concepto más preciso del “aprendizaje significativo”. En una de sus obras más difundidas, *Método en Teología*, el jesuita canadiense explora el concepto de significado en las siguientes dimensiones:

1. **Significado intersubjetivo:** Además de la intersubjetividad de la acción y el sentimiento, hay una comunicación intersubjetiva que implica un significado natural y espontáneo. Esa comunicación de hecho constituye la relación interpersonal, y antecede a la ulterior reflexión que se pueda hacer sobre el significado; por ejemplo, una sonrisa (de aceptación, alegría, sarcasmo o temor) invita al interlocutor a una respuesta y establece una relación, aunque después pueda ser analizada.

2. **Significado encarnado:** También aquí el significado se expresa y constituye por la expresión, pero a diferencia de la comunicación intersubjetiva, no se requiere la presencia de un interlocutor para constituir su significado. Por ejemplo, las acciones que realiza un hombre expresan y son el verdadero significado de su vida, antes que cualquier reflexión o consideración que se pueda hacer de ellas.

3. **Significado simbólico:** Para Lonergan, un símbolo es una imagen de un objeto real o imaginario que evoca un sentimiento o es evocado por un sentimiento. Los símbolos expresan o revelan nuestra actitud u orientación afectiva hacia el mundo, y nos ponen en contacto con las personas que comparten esa orientación. La pintura de Gauguin, la música de Vivaldi o el Heavy Metal son imágenes referidas a ciertas orientaciones afectivas que podemos compartir o no.

4. **Significado estético:** Es la “objetivación consciente de un patrón puramente experiencial”, lo cual implica una diferencia con el significado simbólico, porque aquí hay un control consciente del significado a través de la cuidadosa elaboración de las formas estéticas, de tal manera que no sólo tocan las fibras afectivas, sino que también son portadoras de múltiples mensajes, aunque éstos no se puedan agotar a través de un análisis crítico de la obra de arte. Una sinfonía de Beethoven o la poesía mística de Santa Teresa tienen resonancias que van más allá del análisis más brillante.

5. **Significado cotidiano:** Las palabras que empleamos cada día tienen un significado inmediato y espontáneo que requerimos en nuestra vida, pero que nos puede atrapar en un horizonte limitado, en donde todo se considera establecido y no tiene por qué ser cuestionado, cuando es precisamente la puesta en cuestión de las cosas, o el no considerarlas “naturales” lo que nos lleva a conocerlas.

6. **Significado literario:** El lenguaje literario es una expresión objetivada en palabras que por un lado representa un intento por comunicar en palabras lo que ordinariamente se expresa en lenguajes no verbales; por otro, puede intentar comunicar concepciones teóricas muy elaboradas en una forma atractiva y comprensible para los legos en una materia; finalmente, puede revelar el poder o el misterio de algunas palabras que se convierten en la clave de alguna

experiencia personal o histórica, como “agua” para Hellen Keller, u “holocausto” para el pueblo judío.

7. **Significado técnico:** El significado técnico -exacto, teórico, controlado- elimina la ambigüedad del habla cotidiana. Es la dimensión del significado propia de la teoría.

Ciertamente, el significado no es el único constituyente de la vida humana, puesto que ésta no puede en modo alguno prescindir de la corporeidad, pero sí lo es de lo que constituye a la vida humana como tal, en la racionalidad (que mueve al ser humano de lo inmediato, lo imaginado y lo concebido, a lo que es verdadero, real, actual y concebido como lo que es) y en la libertad (que se realiza en las opciones, decisiones, elecciones y renunciaciones que hacemos a partir del examen y la deliberación de las situaciones). Según Lonergan, la vida humana se constituye a partir de las decisiones inteligentes y razonables. Por su parte, Carlos Zarzar relaciona cada una de las funciones del significado de acuerdo a Lonergan con un tipo de aprendizaje significativo (Zarzar, 2003: 41):

FUNCIÓN	REFERENCIA	APRENDIZAJE SIGNIFICATIVO
COGNITIVA	Relación con el mundo	Conocer el significado de las cosas, las palabras, los lenguajes y los símbolos
EFICIENTE	Sentido del trabajo	Trabajar y desarrollar proyectos

CONSTITUTIVA	Del lenguaje y las instituciones	Constituir grupos, asociaciones, instituciones o comunidades
COMUNICATIVA	El significado individual se hace común	Comunicarnos de manera efectiva para los demás

De acuerdo al mismo Lonergan, el significado se da en cuatro ámbitos de la vida humana (Lonergan, citado por Zarzar, 2003: 43-44):

ÁMBITO	ALCANCES
SENTIDO COMÚN	<ul style="list-style-type: none"> • Personas y cosas en sus relaciones con nosotros • Aprendizaje autocorrectivo • Lenguaje cotidiano
TEORÍA	<ul style="list-style-type: none"> • Exigencia sistémica • Respuestas contextuadas por la teoría • Lenguaje teórico
INTERIORIDAD	<ul style="list-style-type: none"> • Exigencia crítica • Apropiación de la subjetividad de las operaciones propias (autoapropiación)
TRASCENDENCIA	<ul style="list-style-type: none"> • Exigencia trascendental: <ul style="list-style-type: none"> ○ Demanda al intelecto por inteligibilidad ○ Demanda al juicio por lo incondicionado ○ Demanda a la deliberación por el bien infinito

La formación de una persona será cada vez más integral en la medida en que los aprendizajes adquiridos vayan cubriendo estos ámbitos. El desarrollo en estos ámbitos es camino de toda la vida. En la escuela es posible que los alumnos hagan conciencia de lo que hacen cuando logran aprender; esta metacognición es una autoapropiación.

Por lo que se refiere a la trascendencia, en la escuela implica asumir que el conocimiento y el aprendizaje son valiosos en la medida en que le dan sentido a la vida.

3. DESARROLLO

El desarrollo del ser humano es el proceso de transformación de su personalidad a partir de la “modificación más o menos estable de sus pautas de conducta”. Interesa ahora explorar este proceso, con la guía de los planteamientos de Piaget, Vigotsky y el mismo Lonergan.

El interés primordial de Piaget, reconocido como uno de los pilares del constructivismo, no fue psicológico sino epistemológico. Le interesaba aclarar cómo se constituye el conocimiento científico, para lo cual se dedicó a investigar cómo adquiere el hombre ese conocimiento a lo largo de su vida. La obra de Piaget es así una teoría psicológica sobre el carácter y la naturaleza de la formación de las estructuras mentales con las que interpretamos el mundo.

“La psicología genética considera el desarrollo cognitivo como un incremento o progreso en la capacidad del sujeto para comprender, explicar y predecir el mundo que lo rodea. Se entiende que en el ser humano existe una predisposición a dar sentido a su entorno, y es este impulso, de origen cognitivo pero también afectivo,

lo que lo lleva a construir, a partir de las informaciones tomadas del ambiente, esquemas mentales explicativos de la realidad. Por otro lado, el desarrollo cognitivo es entendido como una sucesión de cambios discontinuos o estadios, los cuales van aumentando en capacidad explicativa” (Faienstein y Carretero, 2007: 181).

Piaget afirma que nuestra relación con el mundo exterior está mediatizada por las representaciones mentales que de él nos hacemos; estas representaciones están organizadas en forma de estructuras que varían con el proceso evolutivo del individuo. Las estructuras mentales orientan la acción del individuo sobre su medio, y recíprocamente, a partir de esta acción los esquemas mentales se van modificando: *“En este marco, el desarrollo cognitivo progresa a partir de procesos de reestructuración de los esquemas o sistemas cognitivos previos” (Faienstein y Carretero, 2007: 181).*

Los distintos niveles de desarrollo cognitivo son estadios en los que se va buscando un conocimiento cada vez más complejo y amplio:

- Estadio sensomotriz (0 a 2 años): No hay operaciones mentales, sólo conductuales.
- Estadio preoperatorio (2 a 7 años): se realizan operaciones mentales, pero no son reversibles.

- Estadio lógico-concreto (7 a 12 años): hay operaciones mentales reversibles y concretas.
- Estadio lógico-formal (12-15 años): inician las operaciones abstractas.

Piaget concibe el aprendizaje como un proceso de adaptación de las estructuras mentales del sujeto a su entorno. Esa adaptación se realiza en dos procesos:

- Asimilación: Es la integración de objetos o conocimientos nuevos a las estructuras previamente construidas por el sujeto. Esto explica que un mismo hecho sea descrito de manera diferente por un niño, un joven o un adulto, en función de las estructuras cognitivas previas que posee cada uno de ellos.
- Acomodación: Es la modificación de las estructuras para ajustarse a los objetos o conocimientos que se han integrado. De este modo se logra que la asimilación conduzca a una representación acorde con la realidad.

“Ambos procesos mantienen una relación dialéctica que da lugar a constantes adaptaciones entre las estructuras del sujeto y el medio. En estas adaptaciones, los esquemas de asimilación del sujeto se van reestructurando a partir de procesos de diferenciación y generalización. Estos procesos dan lugar a la conformación de nuevos esquemas de asimilación y estructuras mentales cada vez más equilibrados y complejos” (Faierstein y Carretero, 2007: 182).

Esto significa que para Piaget el desarrollo cognitivo es un proceso dialéctico y escalonado de asimilaciones y acomodaciones, pues la inteligencia busca el equilibrio cognitivo y hacia éste tienden todas sus estructuras. El aprendizaje se produce cuando se resuelve un desequilibrio cognitivo producido por la acción de los contenidos, que se van asimilando frente a los ya existentes en la estructura mental (conocimientos previos).

Para que el aprendizaje propicie el desarrollo es preciso que las adquisiciones se integren, y que las estructuras y esquemas cognitivos se transformen y perfeccionen progresivamente. Para Piaget el proceso de búsqueda del equilibrio es una propiedad constitutiva de la vida mental y orgánica en general: todos los seres vivos tienden al equilibrio con su medio, y esta tendencia es el motor del desarrollo.

Piaget concibe entonces el desarrollo como la construcción de una serie ordenada de estructuras mentales que regulan los intercambios del sujeto con el medio. Cabría preguntarnos si el desarrollo de la inteligencia se produce por el ejercicio, maduración y refuerzo de la capacidad intelectual o por el suministro de la información. En este sentido, Marino Latorre afirma que:

“Piaget adopta una postura intermedia, pues considera que, por un lado, la progresiva maduración cognitiva del sujeto le va capacitando para las tareas intelectivas, pero que éstas tienen lugar siempre en interacción con el ambiente, el

cual, por lo mismo, determina también el tipo de desarrollo cognitivo” (Latorre, 2008: 94).

En una perspectiva que puede considerarse concurrente con la de Piaget, David Ausubel introdujo el concepto de aprendizaje significativo como opuesto al aprendizaje mecánico, aunque con la diferencia de que Ausubel se enfoca fundamentalmente a los conceptos.

El aprendizaje significativo consta de los niveles siguientes:

- Hay una agregación de conocimientos a los conocimientos previos existentes
- Se produce cuando un alumno establece relaciones sustanciales y no arbitrarias entre los nuevos conocimientos y los ya existentes
- Se forman nuevas estructuras conceptuales o nuevas formas de conocer. Esteo se logra a través de esquemas, marcos conceptuales, mapas mentales, etc.

Se produce un ajuste del conocimiento adquirido ampliando las estructuras conceptuales ya existentes y haciendo posibles nuevos conocimientos. El requisito para lograr la significatividad en el aprendizaje es considerar al niño como sujeto que llega a la escuela provisto de algunos conocimientos, así como intereses, motivaciones,

costumbres, destrezas, lenguaje y referencias afectivas y sociales que constituyen su identidad.

En palabras de César Coll:

“Aprender significativamente supone modificar los esquemas de conocimiento que el alumno posee. La estructura cognitiva del sujeto se concibe como un conjunto de esquemas de conocimiento que recogen una serie de informaciones que pueden estar organizadas en mayor o menor grado y, por tanto, ser más o menos adecuadas a la realidad. Los distintos esquemas tienen a su vez complejas relaciones entre sí. Durante el proceso de aprendizaje el alumno debería recibir alguna información que entre en alguna contradicción con los conocimientos que ya posee y que, de ese modo, rompa el equilibrio inicial de sus esquemas de conocimiento... Esta fase inicial de desequilibrio debe ir seguida de una nueva equilibración, la cual depende, en gran medida, de la intervención educativa, es decir, del grado y tipo de ayuda pedagógica que recibe el alumno” (Coll, 1992: 130).

Para Ausubel, pues, el desarrollo implica un cambio de estructuras cognitivas. Aprender significativamente supone la posibilidad de atribuir un significado a lo que se aprende a partir de lo que ya se conoce. Este proceso desemboca en la realización de

aprendizajes que pueden ser integrados en la estructura cognitiva de la persona, con lo que asegura su comprensión y su funcionalidad.

Contrapuesto al aprendizaje significativo es el aprendizaje memorístico, en el que se da una incorporación de conocimientos de manera arbitraria y no sustantiva: no hay una integración de los conocimientos nuevos con los ya existentes, sino una mera yuxtaposición.

Para Vigotsky el desarrollo es el proceso a través del cual el niño se apropia de la cultura de su tiempo, asimilando no sólo el contenido de la experiencia cultural, sino también los medios con los que ésta se construye a través de un proceso de interiorización. La apropiación de la cultura requiere dos elementos:

- La actividad: el proceso de desarrollo se realiza activamente. El éxito de la actividad depende de la calidad de la orientación recibida, sin la cual los objetos utilizados estarían despojados de su función social.
- La orientación: es la dirección que imprimen las relaciones interpsíquicas sobre la actividad.

Vigotsky discrepa de la posición piagetiana de que el desarrollo precede al aprendizaje. Su propuesta es que el desarrollo no es un requisito anterior al aprendizaje, sino un

producto de éste. El psicólogo soviético intenta demostrar que las funciones mentales superiores (pensamiento, lenguaje, atención, conciencia) tienen origen en la vida social, interpsicológica, y que esas funciones son interiorizadas después por el sujeto. Para promover el desarrollo intelectual general, recomienda la enseñanza de las lenguas clásicas, las matemáticas y la historia.

La mayor aportación de Vigotsky es su teoría sobre la “Zona de Desarrollo Próximo”, que relaciona el aprendizaje y el desarrollo y hace referencia a su tesis de que la enseñanza desarrolla las capacidades de las personas. Para este autor existen dos niveles de desarrollo: el real y el potencial.

- El nivel (o zona) de desarrollo real (ZDR) es el que se ha conseguido como resultado de un proceso de desarrollo ya realizado. Expresa el conjunto de funciones que un sujeto puede realizar por sí mismo, sin ayuda de nadie, pues ya están consolidadas en sus esquemas mentales.
- El nivel (o zona) de desarrollo potencial es el conjunto de funciones que están en proceso de maduración y define la posibilidad que un alumno tiene de lograr los objetivos de aprendizaje con la ayuda del maestro y/o la interacción con los compañeros de grupo.
- La relación que se establece entre ambas zonas de desarrollo se define como la zona de desarrollo próximo (ZDP), que es “el espacio o distancia que hay entre la zona de desarrollo real o efectivo del alumno y la zona de

desarrollo potencial". La zona de desarrollo próximo establece las acciones que el individuo puede realizar solamente con la ayuda de otras personas.

Según Vigotsky,

"el aprendizaje despierta una serie de procesos evolutivos internos capaces de operar únicamente cuando el niño está en interacción con las personas de su entorno y en cooperación con algún semejante. Una vez que se han internalizado estos procesos, se convierten en parte de los logros evolutivos independientes del niño, y es entonces cuando se da el desarrollo"(Vigotsky, citado por Zarzar, 2003: 64).

La perspectiva de Vigotsky le otorga una importancia fundamental a la escuela, en la medida en que el desarrollo se construye de fuera hacia adentro. La persona puede guiar su conducta gracias a que ha internalizado *"herramientas psicológicas que previamente eran externas y cuyo uso fue aprendido en la relación con los demás y a través de procesos específicos de enseñanza y aprendizaje"* (Vila, 2007: 221).

Vigotsky distingue dos líneas fundamentales en el desarrollo de la persona, a través de las cuales se entenderá mejor la relación entre aprendizaje y desarrollo:

- Línea de desarrollo biológico, vinculada a los procesos psicológicos elementales, como la actividad sensorio-perceptiva, la memoria mecánica, las representaciones particulares, las reacciones involuntarias y los procesos afectivos simples.
- Línea de desarrollo cultural, ligada a los procesos psicológicos superiores, como el pensamiento verbal, las representaciones genéricas, la imaginación, la formación de conceptos, la memoria lógica, la acción voluntaria y los procesos afectivos complejos.

“Mientras que el desarrollo biológico se da de manera natural, el desarrollo cultural se da en función del aprendizaje y de la comunicación del individuo con el medio histórico” (Zarzar, 2003: 68).

Por esta razón la teoría vigotskiana se llama “sociohistórica”: el desarrollo cultural se da en procesos continuos de interiorización de lo que primero aparece como social. Los procesos psicológicos superiores se construyen como interiorización de la cultura, y ésta, a su vez, es la objetivación de la actividad de los individuos en sus relaciones sociales. En otras palabras, la participación activa de los individuos en procesos grupales y sociales es el motor fundamental del desarrollo.

Vigotsky trata de explicar el papel de lo social y de la educación en el desarrollo psicológico, y no se interesa tanto de cómo se produce éste. Subraya la influencia que

tiene la cultura en el desarrollo individual, poniendo la atención en los factores externos. Da por supuesto que el desarrollo psicológico se produce sin más, y estudia las condiciones del entorno que lo posibilitan.

4. FORMACIÓN INTEGRAL

4.1 Bernard Lonergan

En la obra de Bernard Lonergan podemos hallar una profunda explicación sobre cómo es que conseguimos hacernos humanos, que al mismo tiempo es una invitación a constatarlo en lo que vivimos cotidianamente. Somos capaces de sentir, de registrar lo que pasa a nuestro alrededor y en el interior de nosotros mismos, de preguntar qué es eso que pasa, de responder esas preguntas y examinar la validez de nuestras respuestas, de sopesar los diferentes cursos de acción que se nos presentan desde lo que buscamos más afanosamente en nuestra vida, de preguntarnos por el sentido y el valor de nuestra propia existencia, de tomar nuestras propias decisiones, y conforme ejercemos esas capacidades nos realizamos como seres humanos.

No es algo que se nos dé sin esfuerzo, sin búsqueda, sin lucha. Se requiere resistir a las influencias de un medio que trata de convertirnos en seres que sólo se pliegan a las conveniencias del poder político o económico, en pequeña o gran escala, adhiriéndose a sus consignas o consumiendo sus productos. Se requiere vencer la inercia que nos sitúa en la comodidad de la rutina o de la aceptación pasiva de las limitaciones.

“De esta lucha y de este esfuerzo todos y cada uno, en diferente medida, podemos dar testimonio, porque es la lucha y el esfuerzo del vivir humano, la lucha y el esfuerzo implícitos en nuestra búsqueda personal, esa búsqueda siempre presente en todos los humanos, aun en las condiciones más adversas u opresoras... Porque no existe ninguna realidad tan inmediatamente presente al sujeto humano como su propia experiencia como sujeto operando en la búsqueda de su propio desarrollo (mediante) la tendencia espontánea a comprender la realidad que le rodea y a comprenderse a sí misma que se deriva de su ser inteligente, la potencialidad contemplativa y creativa que constituyen su dimensión estética y, finalmente, la “exigencia primaria” que lo lleva a tratar de encontrar sentido a su existencia en el mundo” (López Calva, 2006: 24).

LOS NIVELES DE LA CONCIENCIA HUMANA

La operación del sujeto se realiza en el marco de lo que Lonergan llama “estructura dinámica de la conciencia intencional humana”, constituida por cuatro niveles o modalidades de operación:

- **Nivel de la experiencia:** Es aquel en el que el sujeto experimenta su contacto con la realidad a través de lo sensible, tanto los datos del mundo exterior que captan los sentidos, como las sensaciones, los recuerdos o imágenes que

evocamos en nuestra conciencia. La experiencia nos proporciona la “materia prima” para las operaciones ulteriores.

- **Nivel de la intelección:** A partir de los datos de la realidad y la conciencia, el sujeto formula preguntas que logra responder en el acto de entender (¿qué es esto?). La operación fundamental en este nivel es el “insight” o iluminación de la inteligencia, que constituye un puente entre lo que el sujeto ya conocía y lo que “conocía como desconocido” (“*docta ignorantia*”). El insight implica una abstracción de lo que es esencial en el material empírico, pero no es el resultado de esa abstracción; antes bien, podríamos decir que la abstracción de la esencia es posterior al insight y es su efecto, puesto que primero es el acto de entender, y a partir de éste se puede diferenciar entre lo esencial y lo accidental. Entonces podemos decir que el núcleo de la operación de entender es un proceso interno, impredecible, contingente, que sucede internamente en un proceso de algún modo involuntario, que el mismo Lonergan calificó de misterioso. Del insight el sujeto pasa a la conceptualización de lo que ha comprendido, y después a su formulación en palabras.
- **Nivel del juicio (o de la reflexión):** La formulación de lo comprendido exige una operación de otro nivel. Ahora se trata de asegurarse de que la comprensión corresponde con la realidad, a través de una reflexión conducida por preguntas que buscan cumplir todas las condiciones que se requieren para que el juicio formulado sea verdadero o “virtualmente incondicionado”, esto es, que se ha

reunido la evidencia necesaria para asegurar que ya no existen dudas o preguntas relevantes, y se puede entonces juzgar sobre la verdad o la falsedad de una afirmación.

- **Nivel de la decisión (o de la responsabilidad):** La toma de decisiones inicia con la deliberación acerca de los cursos de acción posibles. Aquí entra en juego un nuevo tipo de cuestionamiento, ya no en torno a lo que son las cosas, sino en torno a si son buenas o nos convienen, de acuerdo a las metas y los valores que orientan nuestra vida. Se dan entonces las operaciones de deliberar, evaluar y decidir, fundamentales en la determinación de la propia vida. En este sentido, la toma de decisiones es un proceso más complejo, pues recoge los niveles anteriores y apunta hacia la construcción de la persona misma:

“Si en el cuarto nivel el sujeto emerge como persona, si es el nivel más específicamente relacionado con la autenticidad o inautenticidad del sujeto, por supuesto que es mucho más que la simple orientación subjetiva o sensitiva de la existencia. El cuarto nivel de conciencia (...) es el nivel en el que se resuelven los niveles anteriores en una búsqueda existencial concreta y en una situación histórico-social determinada; es el nivel en el que el sujeto emerge plenamente como consciente y capaz de autodeterminarse dentro de las condicionantes de su propio horizonte; es el nivel en el que “somos la razón última”, en el que construimos nuestro propio ser en convivencia con los otros” (López Calva, 2006: 30-31).

De acuerdo al texto de Martín López Calva citado, el nivel de las decisiones tiene una importancia fundamental para el desarrollo del ser humano en cuanto tal, pues representa la integración de la visión existencial del sujeto humano, que trasciende tanto el pragmatismo y el abandono de la búsqueda de la verdad, como el relativismo moral que son característicos de la posmodernidad.

Lo anterior exige una visión unitaria de los cuatro niveles: el último no está desvinculado de los tres primeros, que guardan entre sí una relación evidente, pues constituyen el proceso de conocimiento propiamente dicho, pero adquieren su significado propiamente humano cuando se resuelven en la definición concreta de la vida del sujeto. Al respecto, el mismo Lonergan afirma que:

“Los múltiples niveles de conciencia son solamente estadios sucesivos en el desarrollo de una acometida única, el eros del espíritu humano. Para conocer el bien, se debe conocer lo real; para conocer lo real, se debe conocer lo verdadero; para conocer lo verdadero, se debe conocer lo inteligible; para conocer lo inteligible, se debe atender a los datos” (Lonergan, 1994: 20).

Lo anterior significa que los niveles de la conciencia están integrados, que las operaciones de los niveles superiores recogen las anteriores y las integran en un plano

más complejo, que a su vez impulsa a las operaciones superiores. Recoger los datos no es una tarea que pueda darse por concluida, sino que reclama su entendimiento; entender, conceptualizar y expresar conduce a la necesidad de asegurarse de que se ha entendido correctamente, que lo entendido en verdad es así, sin que haya lugar para ninguna duda o pregunta sin respuesta clara desde lo afirmado; dar cuenta de la realidad reclama luego nuestra posición ante ella, nuestra respuesta personal, y una vez que las decisiones se han llevado a la acción, se produce una situación nueva, que desencadena el mismo proceso.

En cada nivel hay una expansión de la conciencia:

- Experimentamos sin hacer un esfuerzo por lograrlo, aunque la atención nos permite dirigir nuestros sentidos hacia un objetivo y captarlo con mayor nitidez.
- Entender supone recoger los datos de la experiencia y esforzarnos por responder las preguntas que nos surgen ante ellos. En esto nos encontramos más involucrados que en sólo experimentar, porque desarrollamos una actividad cerebral más intensa.
- Juzgar implica una posición ante las diversas hipótesis que pudo haber planteado el entendimiento y tomar esa posición exige un grado mayor de involucramiento, para sustentar lo que se afirma en una cadena de respuestas a las preguntas con las que examinamos lo afirmado, hasta lograr que ya no haya dudas razonables al respecto.

- Finalmente, para decidir y actuar vamos más allá de lo afirmado en el juicio, para ponerlo en juego con los valores que nos mueven en un proceso de deliberación que parte de lo conocido como real en el juicio de hecho y se mueve hacia lo apetecido como bien en el juicio de valor.

Esta expansión de la conciencia que nos mueve desde la experiencia hasta la toma de decisiones, pasando por el entendimiento y el juicio, es un proceso espontáneo en la persona humana:

“Espontáneamente nos movemos del experimentar al esfuerzo de entender, y esta espontaneidad no es inconsciente o ciega; por el contrario, es constitutiva de nuestra inteligencia consciente... Espontáneamente nos movemos del entender a la reflexión crítica; de nuevo, la espontaneidad no es inconsciente o ciega; es constitutiva de nuestra racionalidad crítica, de nuestra demanda interior de una razón suficiente... Espontáneamente nos movemos de los juicios de hecho o posibilidad a juicios de valor y a la deliberación de decisión y compromiso; y esa espontaneidad no es inconsciente o ciega; nos constituye como conscientes, como personas responsables...” (Lonergan, 1994: 25).

Esta estructura dinámica de la conciencia humana opera en un escenario o dimensión específica: no tiene la misma relevancia para mi vida decidir qué voy a comer y a qué hora, que decidir si entro o no a una clase; decidir qué película ver de las que se

ofrecen en la cartelera, que decidir si estudio en jornadas intensivas para preparar un examen, o si sólo reviso rápidamente las notas que tomé en la clase; decidir qué movimiento hacer en una partida de ajedrez, que decidir si comprometo mi vida con una persona o con otra. Todas son decisiones y como tales requieren que haya atendido a los datos de la experiencia, que los haya entendido, que me haya asegurado de la corrección de lo que entendí y que haya deliberado acerca de su conveniencia, pero no tienen la misma relevancia para la vida. En este sentido, se requiere otro eje de referencia, que es lo que Lonergan llama “patrones de experiencia”, y que se refieren a los diferentes ámbitos o dimensiones en los que se desarrolla la vida humana. De esta manera, la comprensión del sujeto en su integralidad requiere la consideración de los niveles en los que se despliega la conciencia, así como del ámbito en que esto se realiza.

LOS PATRONES DE EXPERIENCIA

Los antiguos griegos utilizaban dos términos diferentes para referirse al tiempo: “cronos” y “kairós”. Con el primero se referían al devenir, a ese inevitable transcurrir el tiempo en sucesión de instantes que no se puede detener, y que, también inevitablemente, produce el desgaste de la vida humana, desde su nacimiento y desarrollo, hasta su decaimiento y extinción. Cronos es la dimensión del tiempo que nos consume, como bien lo expresa el mito de Saturno que devora a sus hijos. En cambio, “kairós” es un tiempo que no es como cualquiera, el instante de privilegio, la oportunidad de darle un giro diferente a la vida. Si cronos apunta al desgaste y la

muerte, kairós lo hace a la plenitud y la trascendencia... Estos conceptos nos ayudan a caer en la cuenta de que la vida humana se mueve en dimensiones diferentes, pero no resultan suficientes ni precisos para orientarnos, porque sólo se refieren a lo temporal y, sobre todo, porque el modo de proceder en el tiempo es lo que puede convertirlo en oportunidad, de rescatarlo de su carácter fatal de devenir.

Algo similar podríamos decir de la diferenciación entre lo “cotidiano” o “corriente” y lo “especial”: son formas de aproximarse a las diferentes dimensiones de nuestra vida. Muchas veces deseamos que este día sea especial, para nosotros o para nuestros seres queridos, pero que eso sea así en realidad depende de lo que hagamos.

En contraste con esos intentos, los patrones de experiencia sí nos permiten establecer una diferenciación clara en las dimensiones de nuestra vida. Son, en términos generales, un esquema organizador del conjunto de operaciones que el sujeto realiza (experimentar, entender, juzgar, decidir), el elemento que les da cohesión y las dirige conforme a un interés dominante.

En el capítulo 6 de *Insight*, Lonergan hace referencia a cuatro diferentes patrones de experiencia que, según López Calva,

“pueden relacionarse con el énfasis operativo en cada uno de los cuatro niveles de la conciencia intencional humana y que tienen un claro vínculo con las diferentes dimensiones de nuestro ser sujetos humanos que todos, en distinta medida, hemos experimentado, y de las cuales, también en diferente medida, se habla en diversos modelos pedagógicos o sistemas educativos... Esos cuatro patrones de experiencia (que se pueden relacionar con) las dimensiones del sujeto y los niveles de experiencia (sic, ¿conciencia?), son: el patrón biológico, el patrón estético, el patrón intelectual y el patrón dramático” (López Calva, 2006: 42).

No se trata de dimensiones mutuamente excluyentes, como si el sujeto operara en alguna de ellas prescindiendo de las demás. Todos los patrones están presentes en cada sujeto en diferente medida, y lo que se pretende al enunciarlos como categorías es hacer conciencia de que cuando hay un interés dominante, el interés en los otros patrones tiene menor intensidad. El ser humano es dinámico y multidimensional, y la referencia a estos patrones sólo pretende mostrar su complejidad en forma clara y comprensible, es decir, hacer inteligible la complejidad del sujeto humano, para entender lo que significa su “formación integral”.

- **El patrón biológico:** la antigua definición del ser humano como “animal racional” da cuenta de esta dimensión de nuestra vida, en tanto está referida a nuestra preservación como sujetos (nutrición, crecimiento, defensa, desarrollo) y como especie (reproducción), a nuestro estar en el mundo como seres sentientes que responden a los estímulos del exterior de manera instintiva. Este patrón nos

ubica en un nivel que compartimos con el mundo animal, pero a diferencia de los demás, para los animales humanos es sólo la base para el desarrollo de las dimensiones superiores. Lonergan define al patrón biológico como:

“un conjunto de relaciones inteligibles que ligan y conjuntan secuencias de sensaciones, recuerdos, imágenes, emociones y movimientos corporales; y llamar al patrón, biológico, es simplemente afirmar que estas secuencias convergen sobre actividades terminales de reproducción o (...) autopreservación” (Lonergan, 1999: 234).

Por su parte, López Calva relaciona al patrón biológico con la dimensión biológico-sensitiva:

“...este patrón biológico tiene que ver con nuestra dimensión biológico-sensitiva, con la dimensión de nuestros procesos e impulsos primarios, de nuestro desarrollo físico, de nuestro vivir en el mundo de las sensaciones, las imágenes, los sueños, con nuestra reacción afectiva o instintiva a los impulsos del mundo exterior” (López Calva, 2006: 44).

Para ilustrar lo anterior, podríamos pensar que un alumno que fue sometido a humillaciones en el ámbito escolar cuando no cumplió una tarea o lo hizo de forma

deficiente, asociará esos recuerdos a las situaciones similares que ocurran en el futuro, y sus respuestas tenderán a protegerlo de repetir los sentimientos que experimentó, ya sea en forma agresiva, evasiva o de una indiferencia aparente, y no porque considere que actuó correctamente, o porque no quiera reconocer sus errores, sino porque está protegiéndose instintivamente de la eventual repetición de su experiencia negativa del pasado.

Lonergan afirma que la característica básica de este patrón es la extraversión, dado que se desarrolla a partir de estímulos sensoriales que provienen fundamentalmente del exterior.

- **El patrón estético:** Si bien el alimento es una necesidad biológica, una comida bien dispuesta va más allá de su satisfacción, pues no se trata simplemente de la supervivencia, sino del goce. ¿Quién no prefiere un plato de spaghetti con una salsa bien condimentada a una mezcla de agua, harina, aceite y jitomate, o, más aún, a una cápsula que contenga su equivalente en proteínas, minerales y vitaminas? Lo mismo puede decirse de una práctica deportiva que no surge simplemente de la necesidad de ejercitar el cuerpo, sino del placer que se experimenta con el desarrollo de la agilidad o de la fuerza, o con la superación progresiva de los logros alcanzados en una competencia, o con el triunfo largamente anhelado... Vivimos buscando estas satisfacciones, y de ello dan cuenta las multitudes que se congregan en los eventos deportivos o artísticos, o

que concurren a los restaurantes, los teatros, los antros, las playas o los gimnasios, o los miles de horas que un adolescente pasa frente a una televisión.

“Nada es meramente biológico... Uno tiene que reconocer que la experiencia puede ocurrir por el mero experimentar, que esta experiencia puede ir más allá de los límites de un propósito sanamente biológico, y que esta auténtica liberación es un gozo espontáneo y autojustificado” (Lonergan, 1999: 236).

Esta dimensión del goce de los sentidos y del espíritu, del juego y la recreación, recibe el nombre de “lúdico-estética” por parte de López Calva. Es un ámbito que trasciende lo meramente biológico, pero que no está sujeto a las reglas del razonamiento lógico-matemático y científico. El sujeto de la experiencia estética debe realizar un esfuerzo para decodificar o reinterpretar por sí mismo los posibles mensajes contenidos en su experiencia. Quien escucha la novena sinfonía de Beethoven, por ejemplo, puede experimentar la intensa alegría del ser humano que ha vencido alguna de sus limitaciones (como la sordera), para alcanzar, inexplicablemente desde la lógica, una expresividad sonora que remite al gozo de la vida que trasciende los horizontes de los sentidos y la materia.

- **El patrón intelectual:** La “edad de la pregunta”, esa etapa ineludible en el desarrollo de los niños, que a veces pone en aprietos a sus padres para responder ¿por qué? formulados en cadena, o al menos pone a prueba su

paciencia, es el despertar de una dimensión que va más allá de lo biológico y lo sensible, para dar paso al “puro y desinteresado deseo de conocer”. Desde entonces hacemos preguntas que surgen de la necesidad de trascender lo meramente concreto y particular, de ir más allá de la mera descripción para alcanzar las explicaciones que satisfacen a la inteligencia.

No siempre nos absorbe el deseo de entender, pero cada ser humano podría dar cuenta de etapas o momentos en los que, independientemente de su edad u ocupación, se ha visto impulsado a dar respuesta a las preguntas que él mismo formuló o que lo dejaron inquieto tras haberlas leído o escuchado:

“La frecuencia, intensidad y duración con la que sucede en cada sujeto la operación en el patrón intelectual es muy variable, ya que este patrón no depende de la actividad a la que una persona se dedique, o del simple voluntarismo o pretensión, sino de la emergencia de insights sucesivos de diversos tipos que solamente surgen como combinación de un trabajo interno constante y pertinente por ser atento, inteligente y razonable, y de ciertas condiciones contextuales favorables a esa emergencia de la inteligencia” (López Calva, 2006: 46).

El patrón intelectual no es, pues, propiedad exclusiva de los “intelectuales”, sino patrimonio de una humanidad que a veces camina tratando de entender el mundo y su propia vida. Las multitudes ajenas a las teorías científicas, a los libros de ensayos o a

las páginas editoriales de los periódicos no dejan de preguntarse en ocasiones por qué sus hijos se comportan así, o cómo es posible que no llueva, o por qué tiembla, o de dónde vino una enfermedad que los aflige... Las preguntas no nos dejan transitar por la vida como si todo lo que encontráramos nos resultara familiar o esperado. Sólo hace falta detenernos a escucharlas y emprender la aventura de responderlas.

- **El patrón dramático:** La vida humana no se agota en la satisfacción de las necesidades de la misma vida (nutrirse, regenerarse, reproducirse, adaptarse al medio), en la búsqueda del gozo o en la comprensión de lo que somos y de lo que es el mundo. Ser hombre o mujer es algo que se realiza cabalmente más allá de la dimensión biológica, estética o intelectual, en el camino que trazamos hacia el logro de nuestras metas, en eso que llamamos el sentido de nuestra vida. Logramos ser humanos, cuando nos empeñamos por completo, como reza el título de la célebre obra de Víktor Frankl, “en busca del sentido”. El trabajo del campesino que cultiva la tierra, del artista que plasma su experiencia en una obra, del estudiante que se afana en comprender una teoría, no terminan con la cosecha, la exposición o el examen, sino que se integran en conjuntos más amplios que les dan su verdadera dimensión: el sustento de una familia, la comunicación de la experiencia interior, la formación profesional que hará posible el desempeño de una tarea para beneficio propio y de la sociedad. La existencia humana se configura aquí como drama, es decir, como trama de procesos que convergen hacia un desenlace, afortunado o no, transitorio o permanente, pero

necesario en el curso de la misma vida. La vida prepara sus desenlaces, y cada uno de éstos inicia el proceso hacia el siguiente:

“La más comprometedor y fascinante obra de arte del ser humano es la construcción de su propia existencia, la construcción de ese drama “que el teatro solamente imita” (Lonergan)... No hay ser humano que no esté, queriéndolo o no, comprometido con esta construcción de su propia vida... Esta construcción del drama de la propia existencia, la construcción de uno mismo, no es (...) algo que podamos evadir, aun pretendiéndolo, porque se da a través de nuestras decisiones y de nuestras acciones, y está, por tanto, íntimamente relacionada con nuestra dimensión deliberativa y con nuestras opciones éticas, con los valores que descubrimos, aceptamos y vivimos o con los valores que, sin darnos cuenta, nos arrastran en determinada dirección” (López Calva, 2006: 47-49).

Cada ser humano le imprime una dirección a su propia vida, ya sea abandonando el timón al influjo de una moda, una influencia ajena o una presión de quienes ejercen poder sobre él, o bien en el ejercicio de su libertad personal, de la capacidad de autodeterminación en medio de un mundo lleno de influencias, modas y presiones del poder.

En este sentido, el patrón dramático es el prioritario en la vida humana, es el que integra y da una dimensión cualitativa global a los demás patrones de experiencia en la

búsqueda de la construcción personal y social de una vida plenamente humana. Sin embargo, es preciso subrayar que

“la prioridad del patrón dramático y de la toma de decisiones, del “sujeto como decididor” y “actor” de su propia vida y de la historia humana, no puede negar la importancia fundamental del patrón intelectual para el desarrollo del sujeto y de la sociedad, ni tampoco el papel fundamental que desempeña la dimensión estética y la construcción simbólica a través del arte en este proceso, ni mucho menos la importancia del sustrato biológico en el que ocurre todo este buscar consciente” (López Calva, 2006: 51).

EL HORIZONTE DEL SUJETO

Lonergan define horizonte como la frontera entre la *“docta ignorantia”* (lo conocido como desconocido) y la *“indocta ignorantia”* (lo desconocido como desconocido), es decir, como la diferencia entre lo que sé que existe, aunque lo desconozco, pero que a partir de su existencia puedo someter a preguntas para conocerlo, y lo que ni siquiera sé que existe. El horizonte de cada sujeto establece los límites de sus intereses y preocupaciones; más allá de ese horizonte no podemos interesarnos ni hacer pregunta alguna.

El horizonte, es obvio decirlo, va cambiando en el transcurso de la vida humana y de la historia. Ensancharlo es producto de una lucha, del tenaz esfuerzo por realizar posibilidades, a pesar de que se encuentren obstáculos que lo impiden.

“El patrón dramático es el patrón en el que se sintetizan los diversos componentes de la búsqueda por ampliar nuestro horizonte. Es en este campo donde se está librando la contradictoria, inevitable y a la vez fascinante y retadora batalla por el auténtico desarrollo humano que, en términos globales, podría llamarse (...) el “desarrollo humanidad”: una búsqueda de desarrollo que necesariamente implica la reestructuración del sujeto antes señalada y que está determinada, como ya dijimos, por el cambio en los intereses y preocupaciones básicas del sujeto humano y del sujeto humanidad” (López Calva, 2006: 53).

HACIA UNA PRIMERA SÍNTESIS

Dijimos arriba, de acuerdo con Lonergan, que la conciencia se expande espontáneamente de la experiencia a la toma de decisiones, pero también que sin un

esfuerzo intencional por atender, por entender, por juzgar y por decidir, ese proceso puede diluirse en datos mal registrados, hipótesis apresuradas, afirmaciones falsas o decisiones irresponsables:

“... podemos darnos cuenta de que el proceso puede truncarse o desviarse. En efecto, realizamos juicios apresurados, sin detenernos a considerar suficientemente la evidencia o sin haber formulado todas las preguntas pertinentes. Los párrafos anteriores se refieren a la manera correcta de atender al proceso universal de conocimiento. Lo correcto es, entonces, ser atento, inteligente y razonable... Si quiere uno encontrar la solución a un problema, debe uno seguir estos preceptos, consciente de que siempre se insertarán algunos sesgos. Así funciona nuestro conocimiento.

¿Por qué seguir adelante antes de asegurarse de haber considerado suficientemente la evidencia, o de haber entendido todos los datos y sus interrelaciones, o de asegurarse de que se hayan cumplido todas las condiciones para que eso que entendimos sea realmente así? La respuesta a estas preguntas cae dentro del terreno de la psicología y resulta multifactorial...

En primer lugar, la tarea constitutiva de una persona no radica en comprender su entorno y a sí misma, sino en construirse gradual y siempre inacabadamente como persona humana. Es verdad que los humanos no sólo buscamos satisfacer

nuestras necesidades de supervivencia, sino que gozamos de muchos aspectos de nuestra experiencia, más allá de la satisfacción biológica que nos otorgan los mismos actos de alimentarnos, reproducirnos, estar ambientalmente cómodos. De manera semejante, nos preguntamos por nuestra realidad y por nosotros mismos, buscamos entender, formulamos hipótesis y las verificamos, en medio de una búsqueda por conocer y, también, por gozar del hallazgo y su representación. Pero aún hay más. El asunto primordial no es la satisfacción ni el conocimiento ni el goce estético; en lo que nos va la vida es, precisamente, en moldear nuestra principal obra de arte: nuestra vida misma. Este reto inserta algunos peligros de sesgar el proceso sin atender a los preceptos mencionados arriba tan bien como pudiéramos. Y es que el reto no es meramente intelectual.” (Martínez, 2009: 51).

La expansión de la conciencia es, entonces, un proceso espontáneo, pero la adecuada expansión de la conciencia es resultado de la formación, es decir, requiere ser educada. En este sentido, la primera tarea del formador es acompañar el desarrollo adecuado del proceso de expansión de la conciencia, de forma que el sujeto:

- Sea ATENTO al recoger los datos de la experiencia, es decir, que no omita o se cierre a lo que le ofrecen sus sentidos.
- Sea INTELIGENTE al establecer los vínculos que le dan forma inteligible a lo que ha percibido.

- Sea RAZONABLE al formular las preguntas que determinan la coherencia de sus hipótesis, hasta que ya no quede lugar para las dudas porque se han satisfecho todas las condiciones.
- Sea RESPONSABLE al decidir el curso de sus acciones en coherencia con la realidad afirmada en el juicio y los valores considerados en la deliberación, y al actuar de manera consistente con sus decisiones.

Por otro lado, si entendemos el desarrollo como ampliación del horizonte del sujeto y entendemos que éste opera en cuatro patrones o configuraciones, podríamos concluir de nuestro acercamiento a Lonergan que una formación integral del ser humano requiere que éste pueda desarrollarse en cada uno de ellos, o, si se quiere, que conduzca al desarrollo del patrón dramático en cuanto síntesis de “los diversos componentes de la búsqueda por ampliar nuestro horizonte”.

Esto nos ofrece una perspectiva diferente sobre la “formación integral”: no se trata de la mera suma de ingredientes, como si la inclusión de las ciencias de la naturaleza y la sociedad, el dominio del lenguaje, el desarrollo de la conciencia histórica y del razonamiento lógico-matemático, la posibilidad de explorar las manifestaciones artísticas y el cuidado del cuerpo y del medio ambiente significaran, acumulados, el desarrollo “integral” del sujeto. Se trata, más bien, de una perspectiva en la que cada elemento de la formación adquiere significado en la medida en que contribuya a que el sujeto –o la humanidad- conduzca su propia vida hacia donde libremente ha elegido

llevarla, integrando los cuatro niveles de conciencia en su operación como ser vivo, capaz de experimentar el gozo y de satisfacer su necesidad de entender en cada proceso de la trama de su vida.

Para eso no se precisa que sea especialista, pero tampoco basta con que haya hecho un recorrido general en cada disciplina. “Integrar” es llevar las partes a un nivel superior, es ubicarlas en un dinamismo que se dirige a la realización del sentido de la vida de cada uno. Nos hemos contentado, cuando mucho, con ayudar a nuestros alumnos a que se desarrollen en el patrón intelectual en diversas disciplinas; la mayoría de las veces hemos omitido la dimensión estético-lúdica como si no fuera un poderoso estímulo o prólogo de la dimensión intelectual. ¿Cuándo nos haremos cargo de la configuración dramática de sus vidas, acompañándolos en su recorrido?

CAPÍTULO III

LAS COMPETENCIAS EN LA EDUCACIÓN MEDIA SUPERIOR Y SU APORTACIÓN A LA FORMACIÓN INTEGRAL

1. ANTECEDENTES

Si bien el enfoque de la educación centrada en competencias es relativamente reciente, la preocupación porque los alumnos tuvieran una mente ordenada y bien orientada, y no simplemente llena de datos, tiene antecedentes ya seculares. La pedagogía ha mantenido la preocupación porque los egresados de las escuelas se puedan desenvolver eficazmente en las tareas y responsabilidades que la sociedad les asigna, y a través de sus representantes más lúcidos en algunos momentos ha expresado severas críticas a la tendencia de los maestros a hacer memorizar manuales a sus alumnos y al enciclopedismo.

Ya en el siglo XX, el Consejo General de la Liga de la Enseñanza en Bélgica afirmaba en 1927:

“... cuando se compara la superabundancia de los detalles en que se complacen los libros y los maestros, y que éstos imponen a la memoria de los alumnos, con la inexpresable miseria de los conocimientos que quedan después de tal esfuerzo, y aun con la insignificancia de los conocimientos que satisfacen a los maestros los días de los exámenes orales, nos podemos preguntar de qué lado está la pobreza mental” (Denyer, 2007: 36).

Esta reserva crítica frente al modelo tradicional de enseñanza desemboca en conclusiones más audaces hacia finales del siglo pasado: se generaliza la convicción

de que ese modelo es incapaz de garantizar la capacidad de los egresados para hacer frente a todas las exigencias de su futura vida personal y profesional, y sólo les ha ayudado a trabajar con orden, a razonar, a memorizar y a respetar a la autoridad.

A la hora de buscar culpables de la crisis de la escuela en las últimas décadas del siglo XX, fue un lugar común atribuirle a la pérdida de sentido de los conocimientos y de las prácticas escolares. En ese contexto se comenzó a utilizar el concepto de competencias en el ámbito de la educación.

El concepto de competencias tiene un punto de partida en las teorías lingüísticas de Noam Chomsky, reconocido internacionalmente por sus aportaciones a la lingüística, quien propuso una teoría para explicar la adquisición individual del lenguaje en la que sostiene que la competencia lingüística es el sistema de reglas innato e interiorizado que constituye el saber lingüístico de los hablantes, gracias al cual éstos pueden producir y emitir un número infinito de oraciones a partir de un número limitado de reglas. Esta concepción tuvo una consecuencia muy importante para los interesados en la enseñanza y la capacitación, pues ponía el acento en el logro de ese núcleo (las competencias) del cual se puede derivar un desenvolvimiento eficaz en innumerables situaciones.

En el ámbito laboral, entonces, el término “competencias” se comenzó a referir a un conjunto de conocimientos prácticos (saber hacer) para resolver situaciones, ejerciendo convenientemente un rol, una función o una actividad (cfr. Tobón, 2004: 47), es decir, a la posibilidad de desempeñar eficazmente las tareas que se asignan a un trabajador en la producción de bienes o servicios. En una dirección similar, los primeros pasos en el ámbito educativo se dieron para definir las competencias que se requerían de un

egresado universitario para desempeñar trabajos específicos. Algunas universidades europeas buscaron homologar la currícula con el fin de facilitar la movilidad escolar, en la perspectiva de la integración de la comunidad europea. En 1998 los ministros de educación de Francia, Italia, Alemania y el Reino Unido emitieron la Declaración de La Sorbona, en la que afirmaron que

“Se aproxima un tiempo de cambios para la condiciones educativas y laborales, una diversificación del curso de las carreras profesionales, en el que la educación y la formación continua devienen una obligación evidente. Debemos a nuestros estudiantes y a la sociedad en su conjunto un sistema de educación superior que les ofrezca las mejores oportunidades para buscar y encontrar su propio ámbito de excelencia.

Un área europea abierta a la educación superior (...) requiere el esfuerzo continuo que permita acabar con las fronteras y desarrollar un marco de enseñanza y aprendizaje”

Un año después se reunieron expertos y académicos de todos los países europeos, y prepararon el terreno para que los ministros de educación emitieran la Declaración de Bolonia, que creó el Espacio Europeo de la Enseñanza Superior. En esta declaración los ministros señalan que el rumbo emprendido y los objetivos marcados en París apuntan en una buena dirección, pero que se requiere promover medidas concretas para alcanzar un proceso tangible. A continuación señalan:

*“Merece especial atención el objetivo de mejorar la competitividad del sistema de enseñanza superior europeo. **La vitalidad y la eficacia de una civilización se miden por el influjo que su cultura ejerce sobre otros países.** Debemos*

garantizar que la capacidad de atracción del sistema europeo de enseñanza superior en el mundo entero esté a la altura de su extraordinaria tradición cultural y científica”.

Y para lograr ese propósito se proponen, entre otros, los siguientes objetivos:

- Adopción de un sistema de títulos comparables a fin de promover la empleabilidad de los ciudadanos europeos y la competitividad del sistema de educación superior.
- Promoción de la movilidad de los estudiantes mediante un sistema de créditos que permita la equidad y la libre circulación.¹

En la Declaración de Bolonia es evidente el interés por la eficacia de la educación superior en términos de capacidad de actuar ante situaciones concretas, a diferencia de una formación que permanece en la erudición o el conocimiento puro. Eso es, precisamente, lo que implica el concepto de “competencias”, que Perrenoud había definido ya como *“un conjunto de recursos (conocimientos, habilidades, actitudes) que son movilizables en un tipo definido de situaciones para actuar eficazmente”* (Perrenoud, 1999: 11).

Podríamos decir, como un primer balance, que si bien el concepto de competencias tiene una raíz hundida en el ámbito productivo, no se trata simplemente de la invasión

¹ Objetivos muy similares, guardando la debida proporción, se plantean como parte de la fundamentación de la Reforma Integral de la Educación Media Superior (RIEMS) en México, y conviene dejar anotada aquí esta observación, para retomarla en su oportunidad.

de los intereses del capitalismo neoliberal en el campo educativo, ni de la consecuencia inevitable de la globalización. Detrás del concepto de competencias hay una inquietud que atraviesa todo el siglo XX en el sentido de lograr una educación que no se quede encerrada en la escuela o los libros, sino que tenga un impacto en la vida. Ciertamente, las exigencias de un mundo cada vez más competitivo y el interés de los países hegemónicos por mantenerse como tales en la esfera cultural acentúan esta preocupación, pero eso no significa que la idea de una educación centrada en el desarrollo de competencias tenga que ser combatida o desechada como caballo de Troya del invasor cultural en los países en vías de desarrollo; antes bien, habría de ser considerada como una posibilidad eficaz para convertir a la educación en una palanca de ese desarrollo.

Los avances logrados en la educación superior europea dieron pie a investigar los elementos comunes que se podían desarrollar en los sistemas educativos, a partir de la educación básica. Así se construyeron lineamientos para el desarrollo de competencias educativas generales durante las diversas etapas de la educación formal.

Paralelamente, la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico fue estableciendo diferentes formas de evaluación del aprendizaje de los estudiantes, como el Programa para la Evaluación Internacional de los Estudiantes (conocido como PISA por sus siglas en inglés), enfocadas a la exploración del manejo de ciertas destrezas cognitivas, más que la acumulación de conocimientos, en áreas como la lectura, las matemáticas, las ciencias y la resolución de problemas. A partir de la aplicación de estas pruebas, se convino en la necesidad de definir y seleccionar las competencias a desarrollar en los niveles educativos básicos.

EURYDICE es la Red Europea de Información sobre Educación. Se trata de una red institucional creada por la Comisión Europea y los Estados Miembros en 1980 como mecanismo estratégico para impulsar la cooperación en el ámbito educativo, tanto a través del intercambio de información descriptiva de la organización y funcionamiento de los sistemas y las políticas educativas europeas, como de la realización de estudios comparados sobre temas de interés común.

En 2001, EURYDICE elaboró un reporte que ha servido como guía para impulsar el enfoque educativo en competencias, en el que se especifica lo que un alumno debe conocer, manejar y aplicar a lo largo de su vida, expresado en las ocho competencias para la educación básica y secundaria:

- Competencia para comunicarse en lengua materna
- Competencia para comunicarse en lengua extranjera
- Competencia matemática
- Competencia en ciencia y tecnología
- Competencia digital
- Competencia para aprender a aprender en diversos ámbitos interpersonales y sociales
- Competencia de espíritu emprendedor
- Competencia de la expresión cultural

Con estos impulsos el enfoque de competencias adquirió carta de ciudadanía en la educación europea, y de ahí, a través de las instituciones españolas, se trasladó a Iberoamérica. Desde entonces ha ido ganando terreno de forma progresiva en todos los

ámbitos y niveles de la educación formal, desde la educación superior, donde se inicia, hasta la preescolar. Su adopción por parte de muchas instancias gubernamentales responsables de la educación pública ha sido determinante para impulsar la acelerada difusión que ha tenido el concepto de competencias.

Hay otros factores que también han influido en este fenómeno: el énfasis que actualmente se hace en los resultados –proveniente del ámbito productivo y empresarial- y en la rendición de cuentas de los servicios públicos –relacionado ciertamente con la creciente conciencia de lo que significa una sociedad auténticamente democrática-, así como la proclividad del ámbito educativo a incorporar planteamientos novedosos (como sucedió recientemente con los enfoques constructivistas en la educación) para intentar soluciones a los problemas que se enfrentan.

2. ¿UNA MODA O UNA POSIBILIDAD PROMISORIA?

Parece necesario preguntarse ahora si los enfoques basados en competencias no son sino el último grito de la moda pedagógica, que inevitablemente cederá su protagonismo a lo que venga en el futuro inmediato, sin dejar una huella significativa en el enorme esfuerzo que actualmente están realizando las sociedades y los gobiernos para educar eficazmente a sus nuevas generaciones.

Al respecto dice Ángel Díaz Barriga:

“... las diversas propuestas innovadoras se han multiplicado. Solo basta recordar el énfasis que en distintos momentos han tenido diversas propuestas muy en boga durante los años setenta: el currículo modular o por áreas de conocimiento, de la dinámica de grupos, la programación curricular por objetivos, la organización de la educación superior por modelos departamentales. O bien, aquellos que se iniciaron en los años noventa como el empleo en las situaciones de enseñanza de enfoques constructivistas, el currículo flexible, la noción de aprendizaje colaborativo —que le concede un nuevo nombre al trabajo grupal—, la enseñanza situada, el aprendizaje basado en la resolución de problemas, el empleo de simuladores en la enseñanza. No perdamos de vista que algunos de estos enfoques, que incluso se pueden considerar como elementos vertebrales de algunas propuestas de la política educativa, en ocasiones entraron en contradicción con otras propuestas como el establecimiento de diversos exámenes masivos —técnicamente llamados a gran escala— los cuales tienden a centrarse en procesos de recuerdo y manejo de la información. Un elemento que caracteriza las propuestas que se impulsan en la primera década del nuevo siglo es el denominado enfoque por competencias.

La innovación de esta manera es una compulsión, pues el sistema educativo no se concede tiempo para examinar con detenimiento los resultados de la misma. Los tiempos de la innovación no responden a una necesidad pedagógica, sino a la dinámica que la política educativa asume en cada ciclo presidencial”. (Díaz Barriga, 2006: 17).

En una posición diferente, César Coll afirma:

“Hay, sin duda, ingredientes en (las competencias) que pueden llevarnos a pensar que estamos ante otra “moda educativa”. Sin embargo, más allá de este componente de moda,, el concepto de competencia y los enfoques basados en competencias tienen elementos interesantes que constituyen un avance en la manera de plantearse, afrontar y buscar soluciones a algunos de los problemas y de las dificultades más acuciantes con los que se enfrenta la educación escolar en la actualidad” (Martin y Coll, 2009: 29).

El mismo Coll considera que el interés fundamental del concepto de competencia reside en que proporciona una forma original y sugerente de abordar el problema de identificar, seleccionar y organizar los aprendizajes escolares, es decir, las decisiones relativas a lo que se debe enseñar y aprender en las escuelas. Coincide en este sentido con la propuesta de la OCDE en el documento denominado “Definición y Selección de Competencias” (DeSeCo), publicado en 2005, en el que se afirma que un mundo cada vez más diverso e interconectado se necesita dominar las tecnologías cambiantes y comprender enormes cantidades de información, así como equilibrar el crecimiento económico con la sustentabilidad ambiental y la prosperidad con la equidad social, metas todas ellas que requieren el desarrollo de competencias definidas con claridad y precisión. La OCDE asume que las competencias son una necesidad en un mundo globalizado, como eje de articulación de una actividad escolar dirigida a desarrollar la

capacidad de los estudiantes de analizar, razonar y comunicarse efectivamente conforme se presentan, resuelven e interpretan problemas en una variedad de áreas.

De acuerdo con el proyecto DeSeCo,

“Una competencia es la capacidad para responder a las exigencias individuales o sociales o para realizar una actividad o una tarea (...) Cada competencia reposa sobre una combinación de habilidades prácticas y cognitivas interrelacionadas, conocimientos (incluyendo el conocimiento tácito), motivación, valores, actitudes, emociones y otros elementos sociales y de comportamiento que pueden ser movilizados conjuntamente para actuar de manera eficaz” (OCDE, 2002: 8)

En este sentido, ser competente en un ámbito de actividad (práctica o intelectual) significa ser capaz de activar y utilizar los conocimientos relevantes para enfrentar determinadas situaciones y problemas relacionados con ese ámbito. Las teorías constructivistas del aprendizaje ya habían subrayado la importancia de la funcionalidad del aprendizaje como uno de los rasgos del aprendizaje significativo, y el enfoque en competencias se alinea en esta misma perspectiva, pero da un paso adelante al plantear la necesaria integración de diversos tipos de conocimiento con una serie de disposiciones psicológicas internas (motivación, valores, actitudes). En síntesis, el enfoque en competencias enfatiza la articulación de diferentes tipos de conocimiento (conceptual, tecnológico, metodológico) con aspectos psicológicos que no eran

suficientemente tomados en cuenta en la definición de los objetivos del aprendizaje escolar, pero que sin duda intervienen de manera importante en el logro de los fines de todas las instituciones educativas.

Desde nuestra perspectiva, entonces, la cuestión de si las competencias no son más que una moda pasajera –como otras tantas- en la educación, o si constituyen un enfoque promisorio para impulsar la calidad educativa, no se puede resolver en el ámbito de la eficacia en la solución de algunos de los problemas que aquejan a las instituciones de enseñanza, sino en su capacidad para articular la acción educativa de modo que se dirija a lograr la formación integral de los alumnos, en el sentido que se ha establecido en el capítulo anterior.

Antes de iniciar un análisis más detenido en esa dirección, conviene señalar algunas precauciones que es preciso tener para no caer en el error de atribuir a las competencias más potencial transformador del que es razonable esperar

- a) Uno de los componentes fundamentales de las competencias son los conocimientos: desarrollar competencias implica adquirir conocimientos y habilidades, que no deben pasar a segundo término cuando se pretende desarrollar una capacidad determinada, a pesar de que éste es un riesgo siempre latente:

“De las distintas definiciones del término ‘competencia’ (...) no se deduce que el dominio de las competencias vaya en detrimento del conocimiento, más bien al contrario. La aparición del término ha sido una consecuencia de la incapacidad de aplicación de muchos de los conocimientos teóricamente aprendidos a situaciones reales, tanto de la vida cotidiana como de la laboral. A pesar de ello, puede dar la sensación de que las competencias, al ser una alternativa a un determinado tipo de enseñanza de los conocimientos, representan indefectiblemente su negación. Frente al dilema entre teoría y práctica, optar por una enseñanza basada en competencias parece una apuesta por la práctica y, en consecuencia, un rechazo a los conocimientos” (Zabala y Arnau, 2008: 53).

Es preciso cuidar que el rechazo a una forma de enseñanza centrada en la memorización y la reproducción de textos, definiciones, tesis y demostraciones no se convierta en un desprecio de los conocimientos. Poner en el centro de la enseñanza al alumno y el aprendizaje, a su actividad y sus logros, no debe convertirse en un descuido del conocimiento, que constituye uno de los factores fundamentales para su formación integral.

- b) Las competencias no deben desligarse de los contextos socioculturales que les dan relevancia y a cuya transformación van dirigidas. Los enfoques pedagógicos más recientes insisten en la necesidad de referir el aprendizaje escolar a la explicación y a la solución de problemas cotidianos. Esto implica que los contenidos escolares se aprendan en contextos relevantes para los alumnos, y

esto no puede perderse de vista cuando la globalización supone naturalmente la homogenización de los aprendizajes en todos los países y grupos culturales. Es necesario mantener la aspiración a educar ciudadanos de la “aldea global”, pero enraizados en realidades sociales, económicas, políticas y culturales específicas.

- c) El simple hecho de adoptar el enfoque por competencias no resuelve automáticamente el problema de la evaluación, sino que lo ubica en un plano más complejo. No es fácil mantener la continuidad y la coherencia en un proceso de toma de decisiones que ha de conducir desde unas competencias definidas de forma necesariamente general y abstracta, hasta unas tareas de evaluación que permitan determinar el grado de dominio alcanzado por los alumnos en la aplicación de dichas competencias:

“Las competencias son un referente para la acción educativa y nos informan sobre lo que debemos ayudar al alumnado a construir, a adquirir y desarrollar, y también, en consecuencia, un referente para la evaluación, útil para comprobar el nivel de logro alcanzado por los alumnos. Sin embargo, las competencias, como las capacidades, no son directamente evaluables. Hay que elegir los contenidos más adecuados para trabajarlas y desarrollarlas, definir la secuencia y el grado propio de los distintos niveles y cursos, establecer indicadores precisos de logro, y acertar en las tareas que finalmente se le pide al alumno que realice”. (Martin y Coll, 2003: 33-34).

3. ¿UNA NECESIDAD MÁS QUE UNA POSIBILIDAD?

Hace ya cuarenta años se empezó a destacar el valor del conocimiento en el desarrollo de los pueblos y de las economías. Se trata de un proceso incontenible, que podríamos expresar con algunos hechos (Ver Pérez Gómez, 2008: 37):

- El 60% del costo de un automóvil (símbolo de la era industrial) está constituido por la materia prima y la mano de obra que requiere su fabricación, mientras que esos componentes representan sólo el 2% del costo de una computadora personal (símbolo de la era de la información y las comunicaciones), porque el factor primordial para producirla es el conocimiento.
- En los últimos 20 años se ha producido más información que en los 50 siglos anteriores al XXI.
- Hoy la información se duplica cada 4 años, y este tiempo está en proceso acelerado de reducción.

En 2005 la UNESCO publicó un informe dedicado a reflexionar sobre la importancia fundamental del conocimiento en la vida de las sociedades modernas y sobre las implicaciones que ésta tiene en la educación, titulado “Hacia las sociedades del conocimiento”. El informe parte del reconocimiento de un hecho irrefutable: en todas las regiones del mundo hay países que se están transformando y promoviendo un nuevo estilo de desarrollo basado en el conocimiento, de tal manera que el potencial de las

sociedades para generar progreso ya no depende tanto de sus riquezas naturales, sino de su capacidad para crear, difundir y utilizar conocimientos.

En el marco de las sociedades del conocimiento la UNESCO se pregunta cuáles deben ser los conocimientos fundamentales mínimos que deben constituir el bagaje con el que se supone que todo individuo debe salir de la escuela, así como la mejor forma en que se pueden actualizar los conocimientos básicos, teniendo en cuenta la rápida evolución de las disciplinas científicas. En este sentido, reafirma que “*aprender a aprender*” sigue siendo para el alumno la mejor garantía de que podrá después proseguir su itinerario educativo en estructuras formales o no formales. Y a continuación dice:

“Una de las competencias necesarias para aprender a aprender es la capacidad para buscar, jerarquizar y organizar la información omnipresente que hallamos principalmente –aunque no exclusivamente– en Internet. Este es el objetivo de la ‘information literacy’, sin la cual es difícil hablar de sociedades del conocimiento. Hacer que un alumno aprenda a aprender es ponerlo delante de un ordenador, no para hacer de él un mero usuario, sino para enseñarle a que se sirva de ese instrumento y lo adapte a sus usos y su cultura. El dominio de la lectura y el dominio del soporte digital no se excluyen sino que se complementan” (UNESCO, 2005: 80).

No se puede eludir la demanda fundamental de las sociedades modernas a la educación: el problema no es la cantidad de información que reciben actualmente los niños y los jóvenes –y que irá aumentando exponencialmente en el futuro próximo-, sino la capacidad que tengan para entenderla, procesarla, seleccionarla, organizarla y transformarla en conocimiento, así como para aplicarla en diferentes situaciones y contextos. Por eso,

“El aprendizaje como indagación y la creatividad acompañada de la crítica se erigen como las competencias clave del ciudadano para poder afrontar la incertidumbre y la supercomplejidad de su contexto” (Pérez G., 2008: 38).

Por lo que se refiere a “aprender a hacer”, el llamado Informe Delors que publicó la UNESCO en 1999 establece que no se trata simplemente de adquirir sólo una calificación profesional sino, más generalmente, una competencia que capacite al individuo para hacer frente a gran número de situaciones y a trabajar en equipo. Pero, también, aprender a hacer en el marco de las distintas experiencias sociales o de trabajo que se ofrecen a los jóvenes y adolescentes, bien espontáneamente a causa del contexto social o nacional, bien formalmente gracias al desarrollo de la enseñanza.

En cuanto al tercero de los pilares de la educación que se presentan en ese informe, “aprender a vivir juntos”, implica el desarrollo de la comprensión del otro y la percepción de las formas de interdependencia –realizar proyectos comunes y prepararse para

tratar los conflictos- respetando los valores de pluralismo, la comprensión mutua y la paz, posible en una perspectiva integradora de conocimientos, prácticas, habilidades y actitudes que nuevamente nos remite al concepto de competencias.

Finalmente, el “aprender a ser” para estar en condiciones de actuar con independencia de juicio y responsabilidad, exige incorporar todas las posibilidades de la persona: memoria, atención, comprensión, razonamiento, valoración, decisión, sentido estético, capacidad para comunicar... Nuevamente aparece aquí el problema de fondo: la formación integral de la persona, y se puede plantear con mayor intensidad la pregunta que se ha venido formando en el transcurso de este capítulo: ¿En qué medida el enfoque centrado en competencias es una aportación consistente para lograr una formación que pueda llamarse propiamente integral? En el siguiente apartado se desarrolla una respuesta que quiere recoger en una síntesis lo que se ha venido desarrollando en los últimos dos capítulos de este trabajo:

4. LAS COMPETENCIAS Y LA FORMACIÓN INTEGRAL

Los objetivos educacionales que constituyen el núcleo del modelo conductista ponen en el centro de la atención las conductas que se quiere lograr que desarrollen los alumnos como resultado de un cierto estímulo. Los propósitos a los que se refiere el modelo cognitivo tienen en la mira los aprendizajes que se pretende que aquéllos logren a

través de ciertos procesos en los que participan activamente. En cambio, una educación centrada en competencias pretende que los alumnos resuelvan los problemas que encuentran en un determinado contexto empleando ciertos conocimientos, habilidades y destrezas, así como adoptando actitudes adecuadas para encontrar las soluciones que se requieren. Se trata de un planteamiento complejo, que no se reduce a la adquisición de conocimientos ni mucho menos a la repetición de comportamientos, sino que implica la comprensión del contexto y la aplicación de conocimientos, en el marco de la conciencia de la situación que está requiriendo la intervención creativa y eficaz del sujeto para la realización de determinados valores.

Mientras que en el diseño curricular por objetivos se trabaja por actividades desarticuladas y repetitivas y en el planteamiento de procesos de aprendizaje se trabaja con estrategias que llevan al alumno a construir su propio aprendizaje, *“en el diseño curricular por competencias se trabaja por situaciones didácticas, por escenarios de aprendizaje que incluyen secuencias de actividades articuladas que buscan que se desplieguen desempeños”* (Frade, 2008: 17).

Este último enfoque se centra entonces en el desarrollo de ciertos desempeños, en la resolución de problemas, en la búsqueda de alternativas y en el planteamiento creativo de nuevos caminos que atiendan las necesidades del contexto. Adquiere entonces pleno sentido la relevancia que Edgar Morin había otorgado al contexto:

“El conocimiento de las informaciones o elementos aislados es insuficiente. Hay que ubicar las informaciones y los elementos en su contexto para que adquieran sentido. Para tener sentido la palabra necesita del texto que es su propio contexto y el texto necesita del contexto donde se enuncia... Claude Bastien anota que <<la evolución cognitiva no se dirige hacia la elaboración de conocimientos cada vez más abstractos, sino hacia su contextualización>>, la cual determina las condiciones de su inserción y los límites de su validez” (Morín, 2001: 36).

Para Morín es preciso resolver la paradoja de realidades o problemas cada vez más multidimensionales, multidisciplinarios, transversales y globales, por un lado, y saberes desunidos, fragmentados, aislados y parciales, por el otro. Una visión contextualizada, global, multidimensional y compleja no se puede formar en el trabajo escolar que se realiza en compartimientos ajenos unos de otros, en el autismo disciplinario que ignora lo que sucede más allá de sus propias fronteras, o en la especialización prematura del pensamiento.

El concepto de competencias resulta pertinente para resolver esta paradoja, pues no pone el énfasis en el solo conocimiento, sino en su utilización para resolver un problema ubicado en un contexto. Para valorar esta pertinencia conviene adoptar una definición de competencias. La siguiente tabla (Favela, 2010:) puede ayudar a seguir la pista de una evolución enriquecedora del concepto de competencias:

AUTOR	AÑO	DEFINICIÓN
Perrenoud	2001	La competencia es la aptitud para enfrentar eficazmente una familia de situaciones análogas, movilizando a conciencia y de manera a la vez rápida, pertinente y creativa, múltiples recursos cognitivos: saberes, capacidades, micro competencias, informaciones, valores, actitudes, esquemas de percepción, de evaluación y de razonamiento.
EURYDICE	2004	Una combinación de conocimientos, destrezas, aptitudes y actitudes, que incluye la disposición permanente para aprender.
DeSeCo	2005	Además de conocimientos y destrezas, involucra la habilidad de enfrentar demandas complejas, apoyándose en recursos psicosociales y movilizándolos en un contexto particular.
Zabala	2008	Es la capacidad o habilidad de efectuar tareas o hacer frente a situaciones diversas de forma eficaz en un contexto determinado, y para ello es necesario movilizar actitudes, habilidades y conocimientos
SEP-México	2008	Son un conjunto de conocimientos, habilidades, actitudes y valores que se movilizan desde los distintos saberes y que apuntan a una creciente autonomía de los estudiantes, tanto en el ámbito del aprendizaje como en el de su actuación individual y social.

Las diferentes definiciones tienen claramente los siguientes elementos en común:

- Las competencias son **COMBINACIONES** de diferentes recursos, entre los cuales aparecen siempre los conocimientos, las destrezas y las actitudes.

- Dichos recursos se utilizan para enfrentar eficazmente las DEMANDAS del entorno.
- Las demandas se ubican en un CONTEXTO determinado.

A partir de estos elementos, de acuerdo a Zabala y Arnau (2008: 45-46) se pueden distinguir las siguientes características de las competencias:

- Son *“acciones eficaces frente a problemas de distinto tipo, que obligan a utilizar los recursos”* de que dispone un sujeto.
- La respuesta a los problemas implica la disposición de *“resolverlos con una intención definida, es decir, con unas actitudes determinadas”*.
- Junto con las actitudes se requiere *“dominar los procedimientos, habilidades y destrezas que implica la acción que debe llevarse a cabo”*.
- Las destrezas suponen un conocimiento de base, es decir, no se trata de la repetición mecánica de un procedimiento o una receta, sino de la aplicación concreta de un conocimiento frente a una situación.
- Hay una integración de todos los elementos en torno a una finalidad específica, configurada por la demanda que se ha de satisfacer en un determinado contexto. No se puede prescindir de los conocimientos, ni de las destrezas, ni de las actitudes.

La integración referida desvanece la falsa disyuntiva entre competencias y conocimientos (o, en el fondo, la oposición entre teoría y práctica). Integrar conocimientos, destrezas y actitudes supone al mismo tiempo romper con la idea de “saber por el saber”, y con un activismo que supone que sólo la actividad es formativa para los alumnos, y que por tanto no se requiere memorizar ni comprender tesis conceptuales, sino solamente emprender actividades pretendidamente formativas por sí solas.

En este orden de ideas cobra relevancia lo que dice Zabala cuando sostiene que el fin de la educación en competencias es el pleno desarrollo de la persona:

“Hasta ahora hemos podido comprender la importancia del uso del término <<competencia>> como una forma de entender que el saber debe ser aplicable, que el conocimiento cobra sentido cuando el que lo posee es capaz de utilizarlo. Pero cuando optamos por la formación integral o para la vida, ya no sólo se entiende que el conocimiento debe ser aprendido funcionalmente, sino que además se tiene que ser competente en otros ámbitos de la vida, incluido el académico” (Zabala, 2008: 65-66).

Se trata aquí de darle su justo valor a lo académico, sin absolutizarlo como lo único que puede dar sentido a la formación escolar y sin menospreciar tampoco su importancia. Estamos ya en condiciones de contrastar una propuesta concreta de enseñar con un

enfoque centrado en competencias (en la enseñanza media superior en México) con el marco conceptual establecido en el capítulo anterior. No se trata de un simple ejercicio de cotejo, sino de un análisis que nos permita decidir si ese planteamiento educativo en particular es válido cuando se ha optado por una educación dirigida al pleno desarrollo de la persona humana.

MARCO CURRICULAR COMÚN (RIEMS)	COMPETENCIAS GENÉRICAS	MARCO CONCEPTUAL (FORMACIÓN INTEGRAL)
Autorregulación y cuidado de sí	<ol style="list-style-type: none"> 1. Se conoce y valora a sí mismo y aborda problemas y retos teniendo en cuenta los objetivos que persigue 2. Es sensible al arte y participa en la apreciación e interpretación de sus expresiones en distintos géneros 3. Elige y practica estilos de vida saludables 	<p>Del nivel de la experiencia al nivel de la decisión</p> <p>Patrón dramático</p> <p>Patrón estético</p> <p>Patrón biológico</p>
Comunicación	<ol style="list-style-type: none"> 4. Escucha, interpreta y emite mensajes pertinentes en distintos contextos mediante la utilización de medios, códigos y herramientas apropiados 	Patrón intelectual

Pensamiento crítico y reflexivo	5. Desarrolla innovaciones y propone soluciones a problemas a partir de métodos establecidos	Patrón intelectual
	6. Sustenta una postura personal sobre temas de interés y relevancia general, considerando otros puntos de vista de manera crítica y reflexiva	Patrón intelectual
Aprendizaje autónomo	7. Aprende por iniciativa e interés propio a lo largo de la vida	Patrón dramático
Trabajo en equipo	8. Participa y colabora de manera efectiva en equipos diversos	Patrón dramático (?)
Participa con responsabilidad en la sociedad	9. Participa con una conciencia cívica y ética en la vida de su comunidad, región, México y el mundo	Patrón dramático
	10. Mantiene una actitud respetuosa hacia la interculturalidad y la diversidad de creencias, valores, ideas y prácticas sociales	Patrón intelectual
	11. Contribuye al desarrollo sustentable de manera crítica, con acciones responsables	Patrón dramático

El cuadro anterior permite visualizar el principal valor del Marco Curricular Común, con un enfoque centrado en competencias: en cierta medida conduce al desarrollo del patrón dramático de los alumnos, y con ello propicia su formación integral, que como habíamos dicho en el capítulo II, implica *“una perspectiva en la que cada elemento de la formación adquiere significado en la medida en que contribuya a que el sujeto –o la humanidad- conduzca su propia vida hacia donde libremente ha elegido llevarla, integrando los cuatro niveles de conciencia en su operación como ser vivo, capaz de experimentar el gozo y de satisfacer su necesidad de entender en cada proceso de la trama de su vida”*.

No obstante, el MCC por sí solo no garantiza una formación integral, pues se corre el riesgo de trabajar las competencias de manera aislada. Por eso es menester hacer referencia explícita a un marco conceptual de la formación integral, que permita asegurar el dinamismo de la conciencia y equilibrar sus patrones, para que no resulte un acento desmedido, una vez más, en la dimensión intelectual.

CAPÍTULO IV

EL DESARROLLO DE COMPETENCIAS EN LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS

1. EL PERFIL DE EGRESO DEL ALUMNO DEL BACHILLERATO DEL CCH Y SU CONTRASTE CON LA REALIDAD

En su Plan de Estudios Actualizado, el Colegio de Ciencias y Humanidades estableció un perfil de egreso para sus alumnos que se puede calificar como ambicioso e innovador. En él, la comunidad académica del Colegio plasmó sus ideales educativos y se ha empeñado en alcanzarlos a través de una práctica docente comprometida. Sin embargo, en la medida en que el perfil resulte inalcanzable se convierte en un discurso vacío y deja de ser referente para orientar los esfuerzos de sus profesores y estudiantes. A continuación se establecen algunas comparaciones entre el perfil, en sus aspectos generales y en lo que concierne al Área de Matemáticas, y un diagnóstico académico del “Desempeño escolar y el egreso de la población estudiantil”, publicado por el mismo CCH en 2009, el marco del proyecto de revisión curricular.

EL PERFIL IDEAL (CCH, 1996: 68-73)	LA PROBLEMÁTICA REAL (CCH, 2009:		
ASPECTOS GENERALES			
<p>“...el alumno egresado de este ciclo escolar se caracteriza por los conocimientos, habilidades, valores y actitudes siguientes:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Posee una formación científica y humanística que hace posible su desarrollo como universitario responsable, en lo personal y en lo social, y su prosecución con éxito de 	<p>Resultados del PROUNAM II por agrupación de rangos inferiores. Generación 2008</p> <table style="width: 100%; border: none;"> <tr> <td style="text-align: center;">Aptitud</td> <td style="text-align: center;">Porcentaje de rangos Riesgo, Bajo y Medio Bajo</td> </tr> </table>	Aptitud	Porcentaje de rangos Riesgo, Bajo y Medio Bajo
Aptitud	Porcentaje de rangos Riesgo, Bajo y Medio Bajo		

<p>estudios superiores.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Ha acrecentado, como universitario, su capacidad de integrar la acción, el pensamiento, la palabra y la pasión por los grandes temas de la cultura, comprometido con la razón, con la verdad y los valores de la justicia y la solidaridad. • Aprende por sí mismo y, en los campos del saber básicos (...) posee habilidades de trabajo intelectual generales y propias de cada uno de aquéllos, las grandes generalizaciones o síntesis y los conocimientos específicos que le permiten adquirir o construir otros e ir generando estrategias propias para alcanzar aprendizajes cada vez más independientes y complejos. • Ha adquirido una visión de conjunto y jerarquizada de los aspectos fundamentales de las distintas disciplinas, de sus elementos conceptuales, metodológicos y teóricos, así como de sus conocimientos propios. • Relaciona los conocimientos que adquiere de cada disciplina con los de otras y los transfiere a otros campos del conocimiento. • Busca información a través del manejo y del análisis sistemático de las fuentes de conocimiento de cada campo del saber, lo que se concreta en habilidades como la lectura adaptada a la naturaleza de los textos, la observación, la investigación documental, la experimentación, etcétera. • Mantiene una actitud de curiosidad intelectual y de cuestionamiento; posee la habilidad de plantear 	<table border="0"> <tr> <td><i>Verbal</i></td> <td>40%</td> </tr> <tr> <td><i>Numérica</i></td> <td>38%</td> </tr> <tr> <td><i>Razonamiento Abstracto</i></td> <td>48%</td> </tr> <tr> <td><i>Mecánica</i></td> <td>49%</td> </tr> <tr> <td><i>Ensamble de Formas</i></td> <td>39%</td> </tr> <tr> <td><i>Velocidad Perceptual</i></td> <td>48%</td> </tr> <tr> <td><i>Uso del Lenguaje</i></td> <td>50%</td> </tr> <tr> <td>Potencial Académico</td> <td>44%</td> </tr> </table> <p>Se deduce de la información presentada que un porcentaje superior a 48 de los alumnos del Colegio se encuentra a la mitad del camino en el desarrollo de habilidades que son fundamentales para el aprendizaje en el bachillerato: <i>Razonamiento Abstracto</i>, de la que el 48% de los alumnos muestra un desarrollo igual o inferior al medio bajo y <i>Uso del Lenguaje</i>, de la cual el 50% de los alumnos se encuentran en la misma situación. Igualmente, con relación al Potencial Académico, se observa que un 44% de los alumnos se ubica en los rangos inferiores, lo que puede significar que los alumnos egresados de la secundaria aún no han desarrollado las habilidades necesarias para su desempeño académico o que el primer año en el bachillerato no ha tenido el mejor resultado para el despliegue de dichas capacidades.</p> <p>La Dirección General de Evaluación Educativa es la instancia encargada de diagnosticar los conocimientos y</p>	<i>Verbal</i>	40%	<i>Numérica</i>	38%	<i>Razonamiento Abstracto</i>	48%	<i>Mecánica</i>	49%	<i>Ensamble de Formas</i>	39%	<i>Velocidad Perceptual</i>	48%	<i>Uso del Lenguaje</i>	50%	Potencial Académico	44%
<i>Verbal</i>	40%																
<i>Numérica</i>	38%																
<i>Razonamiento Abstracto</i>	48%																
<i>Mecánica</i>	49%																
<i>Ensamble de Formas</i>	39%																
<i>Velocidad Perceptual</i>	48%																
<i>Uso del Lenguaje</i>	50%																
Potencial Académico	44%																

<p>problemas teóricos y prácticos y de establecer relaciones con conocimientos ya adquiridos; formula hipótesis y las somete a verificación a través de procedimientos y métodos adecuados a cada campo del saber.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Funda con racionalidad, responsabilidad y rigor crecientes sus conocimientos e ideas y los discute, analizando los argumentos y juzgando la validez de los puntos de vista de los demás en el ámbito escolar y cultural. • Desarrolla, por medio del ejercicio en los procesos inductivos, deductivos y analógicos, y en íntima relación con problemas y conocimientos de las distintas disciplinas, un pensamiento lógico, reflexivo, crítico y flexible, que se manifiesta en su capacidad para innovar en las diversas esferas de su actividad. 	<p>habilidades que tienen una mayor influencia en su desempeño escolar en los primeros semestres de los alumnos que ingresan al nivel licenciatura en la UNAM, así como de su difusión. Estos exámenes se aplicaron por primera vez a los alumnos de la generación 1995, posteriormente, de manera interrumpida de 1996 a 2007. Son tres los exámenes que resuelve cada alumno: Conocimientos Generales (Matemáticas, Física, Química, Biología, Historia Universal, Historia de México, Literatura, Geografía, Filosofía); Español (comprensión de lectura, gramática y redacción, vocabulario y ortografía); e Inglés, este último se incorporó desde 1999.</p> <p>En lo correspondiente al examen de conocimientos generales por área los porcentajes de aciertos se sitúan en todos los casos por debajo del 60% y en el caso particular del CCH, el promedio de aciertos durante los años de aplicación del examen se ha ubicado por debajo del promedio global.</p>
--	---

<p style="text-align: center;">ÁREA DE MATEMÁTICAS</p>	
<ul style="list-style-type: none"> • A través de la resolución de problemas y de otras estrategias de trabajo, potencia su intuición, explora, conjetura, utiliza distintas formas de lenguaje y representación, varía condiciones y crea conocimientos matemáticos nuevos para él. • Valora la amplitud y la profundidad de las aplicaciones de la Matemática en las actividades humanas, reconociendo que los métodos matemáticos son aplicables a la 	<p>De acuerdo a estos estudios, los puntos medulares en el aprendizaje de las matemáticas dejan ver que en ambos casos (Matemáticas I y III), porcentajes importantes de los alumnos reconocen deficiencias en el aprendizaje y desarrollo de habilidades, las cuales se agudizan conforme avanza el programa, de manera que para las últimas unidades, la mayoría de los alumnos, más del 70%, no se reconoce con habilidades y aprendizajes esperados.</p>

<p>mayoría de las disciplinas, cuando éstas alcanzan cierto nivel de desarrollo teórico, y que tales aplicaciones permiten descubrir analogías profundas entre distintas ramas del saber humano, lo que hace posible generar nuevos conocimientos.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Comprende las nociones básicas del álgebra, de los números reales, de la geometría sintética y sus aplicaciones inmediatas; del método analítico aplicado al estudio de curvas planas elementales, de los principios de la deducción matemática y los criterios de validez en el terreno de la ciencia, y los principios elementales de la computación. • Utiliza adecuadamente los algoritmos y la simbología involucrados en las nociones anteriores, de tal forma que resuelve los problemas donde sea posible aplicarlos, y expresa sus resultados y conclusiones en un lenguaje matemático. • Se adelanta, frente a una situación problemática, a hacer un análisis de los elementos involucrados y de sus posibles relaciones lógicas y matemáticas; de ser factible, a interpretar con signos y símbolos matemáticos elementos y relaciones y, finalmente, es capaz de aplicar un criterio para decidir sobre la pertinencia de emplear alguno de los algoritmos elementales relacionados con las nociones básicas aprendidas. 	<p>Otras fuentes que nos acercan al desempeño de los egresados, las constituyen las Facultades empeñadas en atender, de manera coordinada con el bachillerato, a las necesidades académicas de los alumnos que ingresan a sus aulas, en aras de lograr mejores resultados en su egreso; tal es el caso de Química e Ingeniería.</p> <p>Para el caso de la Facultad de Química, el desempeño de los alumnos del Colegio en las dos generaciones presentadas se observa de igual forma, por debajo respecto de la ENP, tanto en la sección de conocimientos como en la de habilidades (v. Tabla 4); inclusive en el promedio de asignaturas aprobadas por los alumnos al término del primer semestre de sus estudios, el Colegio se muestra por debajo de la ENP.</p> <p>De igual manera, en la Facultad de Ingeniería los alumnos del Colegio muestran una incorporación a sus estudios de licenciatura, con dificultades importantes, en virtud de que para el caso de las carreras que allí se estudian, resulta fundamental el conocimiento y las habilidades matemáticas.</p>
--	--

El contraste entre los indicadores mencionados y el perfil de egreso ideal tiene su raíz en la formación matemática antecedente de los alumnos que ingresan al bachillerato, pero además plantea un problema ineludible: la planta docente con que cuenta el Colegio no está logrando alcanzar las metas institucionales propuestas. Esto nos lleva a la necesidad de considerar los dos factores:

a) Los antecedentes matemáticos

En un informe sobre los resultados de la aplicación del Excale 09 (Exámenes de la Calidad y el Logro Educativos en 3º de secundaria) en 2008, titulado “El aprendizaje en tercero de secundaria en México” (SEP, 2009), se establece que *“la evaluación que realiza el INEE de los aprendizajes de Matemáticas de los estudiantes del SEN (...) tiene como propósito identificar lo que los estudiantes realmente aprendieron del currículo formal como resultado de la intervención de la escuela”* y que *“el propósito central de los programas de Matemáticas de secundaria es que los alumnos aprendan a utilizarlas para resolver problemas; no solamente los que se resuelven con los procedimientos y técnicas aprendidas en la escuela, sino aquéllos cuyo descubrimiento y resolución requieren de la curiosidad y la imaginación creativa”* (SEP, 2009: 93).

Enseguida se refieren las principales destrezas y habilidades de pensamiento que se espera desarrollen los estudiantes, que como se puede apreciar coinciden en gran medida con las establecidas en el perfil de egreso del bachillerato del CCH:

- La capacidad de utilizar las Matemáticas como un instrumento para reconocer, plantear y resolver problemas
- La capacidad de anticipar y verificar resultados
- La capacidad de comunicar e interpretar información matemática
- La imaginación espacial
- La habilidad para estimar resultados de cálculos y mediciones
- El pensamiento abstracto, por medio de distintas formas de razonamiento
- La sistematización y generalización de procedimientos y estrategias

A partir de la medida de la dificultad de los reactivos del Excale, un comité conformado por un grupo de expertos en didáctica de las Matemáticas y otro de profesores en activo elaboró la siguiente descripción de los cuatro niveles de logro educativo (INEE, 2009: 97-99):

NIVEL DE LOGRO	DESCRIPCIÓN
	<ul style="list-style-type: none"> • Resuelven problemas que implican potenciación y radicación • Resuelven problemas de reparto proporcional y proporcionalidad inversa • Dividen y factorizan polinomios

<p>AVANZADO</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Modelan problemas mediante ecuaciones de 2º grado • Establecen relaciones entre representaciones tabulares, gráficas y algebraicas • Utilizan propiedades o teoremas sencillos para resolver problemas geométricos • Infieren información a partir de datos presentados en una tabla o una gráfica • Resuelven problemas de probabilidad aplicando la regla de la suma o el producto
<p>MEDIO</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Resuelven problemas en los que se utilizan más de dos operaciones con números decimales o fraccionarios • Establecen relaciones de orden con números racionales • Resuelven problemas de proporcionalidad • Resuelven problemas que implican usar la jerarquía de las operaciones • Modelan situaciones mediante una función lineal o cuadrática • Modelan situaciones que implican sistemas de ecuaciones con dos incógnitas • Establecen relaciones entre una tabla de valores y su expresión algebraica • Resuelven ecuaciones de 2º grado • Utilizan las propiedades de alturas, bisectrices y mediatrices en la resolución de problemas de construcción, escala o medición • Interpretan información contenida en tablas o gráficas de distintos tipos • Resuelven problemas que implican el uso de medidas de tendencia central • Determinan la probabilidad de eventos mutuamente excluyentes
	<ul style="list-style-type: none"> • Resuelven problemas que implican dos o más operaciones

BÁSICO	<p>con números naturales y enteros</p> <ul style="list-style-type: none"> • Resuelven problemas mediante el uso del mínimo común múltiplo y máximo común divisor • Establecen relación de orden entre números racionales positivos • Resuelven problemas de proporcionalidad con valor unitario entero • Identifican situaciones de proporcionalidad inversa • Traducen del lenguaje verbal a una expresión lineal y resuelven ecuaciones de 1er. grado con una incógnita
	<ul style="list-style-type: none"> • Resuelven sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas • Calculan el perímetro y el área de figuras básicas y el volumen de cuerpos geométricos • Leen información contenida en tablas o gráficas de frecuencia • Identifican el procedimiento para el cálculo de la mediana • Resuelven problemas de conteo y determinan la probabilidad de eventos simples
POR DEBAJO DEL BÁSICO	<ul style="list-style-type: none"> • Leen y escriben números naturales y establecen relaciones de orden entre ellos • Resuelven problemas aditivos que implican una sola operación, así como problemas multiplicativos con números naturales
	<ul style="list-style-type: none"> • Identifican situaciones de proporcionalidad directa • Establecen relaciones entre una tabla de valores y su gráfica en funciones lineales o cuadráticas • Identifican figuras o cuerpos geométricos a partir de sus elementos o características • Calculan el perímetro y el área de figuras básicas • Identifican la moda y la media en un conjunto de datos • Estiman y comparan la probabilidad de eventos simples

En la siguiente tabla se muestra el porcentaje de estudiantes que se encuentra en cada uno de los cuatro niveles de logro descritos, de acuerdo con las modalidades educativas que existen en el país (INEE, 2009: 102):

MODALIDAD	DEBAJO DEL BÁSICO	BÁSICO	MEDIO	AVANZADO	AL MENOS EL BÁSICO
NACIONAL	52	27	19	2	48
General	51	29	19	2	49
Técnica	54	28	17	2	46
Telesecundaria	62	23	14	1	38
Privada	25	29	37	10	75

La tabla refleja que sólo la mitad de los egresados de secundaria tiene un nivel de logro por encima del básico. Si nos refiriéramos sólo a quienes ingresan al bachillerato de la UNAM, que son quienes logran mejores resultados en el examen de admisión a las instituciones metropolitanas del nivel medio superior, los resultados serían obviamente superiores, pero de todas formas se pueden apreciar deficiencias importantes en los conocimientos y las habilidades matemáticas que se requieren como antecedentes para el bachillerato, como se puede apreciar en los resultados del Área de Matemáticas del Examen Diagnóstico de Ingreso que se aplicó a los estudiantes de 1er. Semestre en el CCH en 2009 (UNAM, DGEE, 2010):

Nivel de conocimiento	Número de alumnos	Porcentaje del Total
Muy bajo	735	6.1
Bajo	3,488	29.0
Intermedio	5,235	43.5
Alto	2,072	17.2
Muy alto	510	4.2
TOTAL	12,040	100.0

Como no hay homogeneidad en los criterios resulta un tanto arbitrario comparar los resultados que se muestran en ambas tablas; sin embargo, se puede afirmar que, aun después del filtro que supone acreditar la secundaria con un promedio mínimo de 7 y lograr en el examen de ingreso a las instituciones metropolitanas de educación media superior una calificación lo suficientemente alta como para ingresar al bachillerato de la UNAM, hay un 35% de alumnos con un nivel matemático por debajo del básico. Esta apreciación resulta compatible con el 52% que se observó a nivel nacional en la prueba de EXCALE.

La pregunta que surge de estas observaciones resulta obvia: ¿en qué medida el bachillerato del CCH está tomando en cuenta esta situación en los programas de estudio de Matemáticas en los primeros semestres?

b) La formación matemática en el bachillerato

En el proceso de revisión curricular que se ha iniciado en el CCH hay una pregunta central: ¿Qué ha ocurrido con todos los elementos que conforman un modelo educativo de vanguardia, que no se ha logrado de forma satisfactoria que la planta docente se apropie ni desarrolle plenamente los postulados que definen al proyecto educativo? En los planteamientos que delinear las etapas del proceso de revisión curricular se afirma:

“De poco sirve contar con un diseño curricular innovador o con estructuras curriculares actualizadas, si no logramos que los profesores las incorporen a su cotidiana labor docente ni en el trabajo colegiado. El fin último que se persigue es mejorar los resultados de aprendizaje y desempeño académico de nuestros alumnos. Un trabajo de revisión curricular como el presente, debe tener como meta el mejoramiento de los docentes: erradicando vicios, aplicando la normatividad, asegurando la comprensión de nuestro modelo educativo, instituyendo un seguimiento del desempeño, formando rigurosamente a los profesores de nuevo ingreso y actualizando a los de mayor experiencia, siempre con el propósito de que el quehacer docente gire en torno al mejoramiento académico de los estudiantes.” (CCH, 2009a: 10-11).

Un elemento fundamental para alcanzar los propósitos educativos de una institución, sobre todo cuando éstos se han articulado en un proyecto innovador, es la superación

de lo que se denomina “docencia de sentido común” (Paola Núñez, 2007:), que se caracteriza por:

- a) Una visión simplista del conocimiento disciplinar.
- b) La creencia de que el aprendizaje se da en términos de conocimientos y sólo en algunas ocasiones de destrezas.
- c) La pretensión de cubrir todo el programa o trabajar todo el libro de texto.
- d) Atribuir los fracasos de la enseñanza sólo a las condiciones de los alumnos.
- e) Falta de comprensión y conciencia acerca de los procesos de aprendizaje.
- f) La idea de que enseñar es cuestión de experiencia, sentido común o de receta.

En el CCH se han desarrollado numerosas acciones de formación docente. Baste citar como ejemplo el Programa de Fortalecimiento y Renovación Docente (PROFORED), que atendió a 2178 participantes con menos de ocho años de antigüedad entre 2000 y 2005, con el propósito de que se apropiaran de la filosofía del Colegio y contaran con mayores elementos teóricos y didácticos para el ejercicio de la docencia. Sin embargo, es evidente que esto no ha sido suficiente. En una institución tan grande como el CCH se tiende a privilegiar el aspecto cuantitativo y no se ha dado la atención debida a lo cualitativo: ¿Qué han logrado tantos profesores con tantas horas de formación? ¿Cómo han impactado todos estos cursos a la formación de los alumnos? ¿Qué se ha logrado

en realidad cuando se habla del incremento de la eficiencia terminal de la institución?
¿Qué significa para el aprendizaje e los alumnos que el Colegio sea la institución educativa del nivel medio superior con más profesores de carrera en términos absolutos y relativos (800 de un total de 2600) en todo el país?

En un estudio publicado recientemente (CCH, 2009b: 33-34) se reconocen estas situaciones:

- a) En el proyecto denominado “Docencia de Alta Calidad”, que sólo incluye a profesores de carrera que se comprometieron a cumplir en un nivel de excelencia con las especificaciones de la docencia en el CCH, sólo la mitad de los participantes

“tuvieron una práctica docente apegada al Modelo Educativo del Colegio, debido a que promovieron el desarrollo de habilidades de búsqueda y organización de información para la resolución de problemas, propiciaron la reflexión y el cuestionamiento de la misma, buscando desarrollar un pensamiento crítico y autónomo, situando los aprendizajes en el centro del proceso de enseñanza, a través de estrategias pertinentes, empleando materiales didácticos diversos.

La otra mitad de los profesores no se apegaron al Modelo Educativo del Colegio, pues se reporta falta de creatividad en el trabajo, reflejada en el poco interés de los

estudiantes; también se detectaron errores conceptuales no aclarados, así como un uso limitado de materiales didácticos, además de que la clase fue básicamente expositiva, con énfasis en los contenidos temáticos y no en los aprendizajes.

b) Por lo que se refiere a los profesores de asignatura, un análisis de sus informes muestra que las dos principales formas de trabajo en el aula fueron la expositiva y la presentación de temas en equipo a cargo de los estudiantes, pues los profesores consideraron que propicia el desarrollo de actitudes y habilidades, además de promover el intercambio de información y puntos de vista.

Se trata sólo de unos indicios, pero que apuntan claramente hacia una conclusión que no se puede ignorar ni requiere mayores argumentos para sostenerse: no se puede lograr una formación integral en el bachillerato a través de una docencia que se limita a la exposición del profesor y a la encomienda de que los alumnos realicen trabajo en equipos o hagan investigaciones que no son suficientemente revisadas y discutidas para que alcancen sus propósitos formativos, más allá de la entrega de un trabajo escrito.

La formación matemática que se ofrece en el Colegio de Ciencias y Humanidades (CCH, 2005: 16-17) busca que sus egresados sean capaces, entre otras cosas, de:

- Aplicar y adaptar una variedad de estrategias para resolver problemas.
- Utilizar diversas representaciones (tablas, gráficos, funciones) en el proceso de resolución de problemas.
- Revisar y reflexionar sobre el proceso de resolución de problemas matemáticos, a fin de valorar la generalidad de la solución.
- Efectuar generalizaciones, a partir del análisis de diferencias y similitudes, del reconocimiento de estructuras, de la identificación de analogías y de patrones de comportamiento.
- Establecer conjeturas sobre características y vinculaciones de conceptos y procedimientos matemáticos a los que se enfrenten.
- Utilizar diversas formas de razonamiento matemático, particularmente de tipo analógico, inductivo y deductivo, y ser conscientes de la incertidumbre o certidumbre de los resultados.
- Incorporar a su lenguaje y modos de sistematización y argumentación habituales diversas formas de representación matemática para comunicar sus ideas.
- Utilizar su conocimiento matemático en distintos contextos, incluyendo su entorno habitual.
- Usar las representaciones matemáticas pertinentes para modelar e interpretar fenómenos físicos, sociales y biológicos, entre otros.

Aunque no hay instrumentos que permitan apreciar en qué medida se han logrado propósitos tan ambiciosos, existen claros indicios de lo siguiente:

“Es notorio cómo a pesar de la disminución del fenómeno de la reprobación en cada generación en el Colegio, siguen apareciendo en primer lugar las matemáticas como una de las materias de mayor índice de rezago en los semestres de primero a cuarto, con una diferencia a veces superior a los diez puntos porcentuales entre ésta y la materia que le sigue en segundo lugar. Asimismo, la disminución de alumnos regulares de un semestre a otro es notablemente mayor que en otras asignaturas, de manera que al término de los estudios de bachillerato, cuatro de cada diez alumnos han reprobado al menos una asignatura de Matemáticas.” (CCH, 2009: 15)

Durante 2007 y 2008, a propósito del seguimiento del Programa de Mejoramiento de la Enseñanza de las Matemáticas iniciado en 2006, se desarrollaron los proyectos “El aprendizaje de los alumnos en la asignatura de Matemáticas I” y “El aprendizaje de los alumnos en la asignatura de Matemáticas III”, cuyo propósito fue describir y documentar los obstáculos más recurrentes en el aprendizaje de las matemáticas desde la perspectiva de los alumnos. De acuerdo a estos estudios,

“...los puntos medulares en el aprendizaje de las matemáticas dejan ver que porcentajes importantes de los alumnos reconocen deficiencias en el aprendizaje y

desarrollo de habilidades, las cuales se agudizan conforme avanza el programa, de manera que para las últimas unidades, la mayoría de los alumnos, más del 70%, no se reconoce con habilidades y aprendizajes esperados.” (CCH, 2009: 16).

El estudio también permite identificar problemas específicos en la interacción profesor-alumno, así como en el contenido de la asignatura relacionado con la forma y métodos que tiene el profesor para abordarlos.

Con lo aquí expuesto basta para concluir que se requiere un replanteamiento de la enseñanza de las Matemáticas para superar la enorme distancia que hoy se puede apreciar entre los propósitos y los resultados. Como hipótesis explicativa, a partir de los estudios referidos, se puede plantear que esa distancia se debe a que unos propósitos que se asemejan al desarrollo de competencias se quieren lograr a través de una enseñanza que contempla a las Matemáticas como área de conocimiento. En otras palabras, los profesores de Matemáticas regulan su enseñanza a través de los contenidos que es necesario cubrir en el curso, y no desde la perspectiva de lo que se espera que logren los alumnos. Hay, pues, una contradicción sustancial entre los fines y los medios de la formación matemática.

Jesús Ma. Goñi afirma que a la base de esta contradicción hay una crisis estructural en la enseñanza de las matemáticas, producida por un desfase entre las matemáticas que se pretende enseñar en la escuela y los aprendizajes que son socialmente relevantes.

Desde la mitad del siglo XIX hasta el último tercio del siglo XX se consolidó una manera de organizar la enseñanza de las matemáticas que con razón podemos llamar la versión moderna del currículo de matemáticas, que se adaptaba perfectamente a la estructura social que la sostenía y que puede reducirse al siguiente esquema:

- Enseñanza primaria: operaciones básicas de aritmética y elementos de geometría. Ésta es la matemática que se enseñaba a todos.
- Enseñanza secundaria: extensión del cálculo aritmético a nuevos tipos de números (reales), álgebra y más geometría. Ésta es la matemática que se enseñaba a los que aspiraban a los estudios superiores.
- El currículo se reducía a los contenidos y el aprendizaje se centraba en la aplicación mecánica de las reglas de cálculo.

En relación a ese esquema, Goñi afirma que

“El currículo existente era socialmente estable porque conseguía que todas las personas dominaran los rudimentos matemáticos necesarios tanto para la vida diaria como para la profesional, en trabajos en los que el uso de las matemáticas se reducía a sencillos cálculos con números y medidas. Por otra parte, la enseñanza secundaria (...) servía para <<clasificar>> a los estudiantes para los posteriores estudios universitarios; los <<mejores>> estaban destinados a los estudios de ciencias e ingenierías (...) y a los menos <<brillantes>> se les

desviaba hacia otro tipo de estudios menos exigentes. Los grupos dirigentes de la sociedad, aquellos que tienen más capacidad para influir en las decisiones políticas, estaban de acuerdo con esta manera de organizar la enseñanza de las matemáticas y parecía que, por fin, el equilibrio era perfecto. Nadie discutía el rol preponderante de las matemáticas ni en el currículo ni en la selección social que se hacía por medio del mismo” (Goñi, 2008: 28).

El avance tecnológico que paulatinamente se va acumulando desemboca hacia el último tercio del siglo XX en una nueva revolución industrial, que rompe el equilibrio que existía entre las necesidades de la sociedad y los aprendizajes matemáticos que se promovían en la escuela.

“Desde entonces vivimos en una situación de crisis crónica que se caracteriza por el divorcio entre las propuestas sucesivas que los expertos hacen en nombre de las nuevas necesidades sociales, por un lado, y las prácticas escolares, por otro... Los años noventa trajeron la propuesta de resolución de problemas como eje del currículo de matemáticas... La realidad es que, después de más de quince años, la práctica de la enseñanza de las matemáticas en el aula ha sufrido muy pocas variaciones (...) y hay que señalar que la enseñanza actual de las matemáticas sigue basándose en un modelo de enseñanza transmisor que se centra en los contenidos, poniendo especial énfasis, como siempre se ha hecho, en la aplicación mecánica de los algoritmos de cálculo” (Goñi, 2008: 30-31).

La conclusión es inevitable: si ya en los años setenta del siglo XX existía un desfase entre los aprendizajes matemáticos que se promovían en las escuelas y las necesidades sociales, esa distancia no ha hecho otra cosa más que aumentar. Sin embargo, la misma línea de análisis que nos pone frente a una realidad tan grave nos abre la posibilidad de emprender un camino adecuado: las matemáticas escolares deben enseñarse por su valor social y no por su valor epistemológico, es decir, en referencia a las necesidades generadas por el mundo en el que vivimos, y no por su importancia en sí mismas, como arquitectura conceptual y de razonamiento.

Las matemáticas no pueden ni deben ser un obstáculo, el principal obstáculo, en la trayectoria escolar, algo así como la llave de acceso –y sólo eso- a la prolongación de la escolaridad. En la visión de formación que se ha expuesto en los capítulos anteriores, el conocimiento debe ser una herramienta al servicio del desarrollo personal y la integración social de los estudiantes, y no un filtro para seleccionar a quienes pueden “seguir adelante” con sus estudios. En esta perspectiva, las matemáticas no pueden seguir siendo el pulgar del emperador que señala la supervivencia de los gladiadores en la arena escolar: es preciso convertirlas en uno de los medios para lograr el desarrollo personal y social de los estudiantes.

En los últimos años estamos asistiendo al fortalecimiento de la propuesta del desarrollo de competencias como eje organizador del currículo escolar. A continuación se

propondrá este enfoque como una alternativa potencialmente válida para la enseñanza de las matemáticas:

2. EL DESARROLLO DE LA COMPETENCIA MATEMÁTICA COMO ALTERNATIVA EFICAZ PARA LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS

No es lo mismo proponer las matemáticas como un corpus de conocimiento que hay que aprender, donde la lógica interna de la materia es la columna vertebral sobre la que debe de girar el currículo, que hacerlo como competencia, donde han de tomarse en cuenta, además de los conocimientos mismos, su uso o aplicación y los contextos en los que se utiliza.

La propuesta de una educación basada en el desarrollo de competencias ha levantado en no pocos sectores educativos una oposición abierta, bajo la acusación de poner al sistema educativo al servicio de los intereses económicos del mercado. La acusación no es gratuita, pues muchos autores que han justificado y promovido esta propuesta nos hablan de la necesidad de adecuar el sistema educativo a las necesidades de la producción y el mercado. Al respecto dice Goñi:

“En mi opinión el quid de la cuestión está en distinguir entre mercado y sociedad, porque nadie pretenderá que el sistema educativo viva de espaldas a las necesidades sociales, (pero) es necesario que no se confundan estas necesidades con los intereses del beneficio económico propio de la lógica empresarial capitalista, (porque) la educación debe servir a fines sociales más

generales que los que sustentan los fines del mercado económico” (Goñi, 2008: 74).

Para ello se requiere que el concepto de competencia supere una visión que sólo mira al desempeño profesional para vincularse a la formación integral de la persona en su conjunto, es decir, que considere las competencias que son necesarias para el desarrollo personal, social, cultural y laboral de los seres humanos. Necesitamos darle al concepto de competencia un sentido más amplio que el de la sola preparación para la participación activa y eficaz en la economía, porque si bien es cierto que la educación en nuestro país necesita una reforma urgente, también lo es que la dirección de esa reforma no puede quedar en manos de quienes privilegian la óptica del mercado.

En esta perspectiva conviene revisar los enfoques con que se aborda la competencia matemática en tres ámbitos: el europeo, porque es donde se origina esta corriente pedagógica, el de la OCDE, que a través de las pruebas del Programa para la Evaluación Internacional de los Estudiantes (PISA), ha venido incidiendo en la selección de prioridades y enfoques educativos en las naciones que pertenecen a esa organización, y el del Acuerdo 444 de la Secretaría de Educación Pública, que constituye el marco conceptual y normativo sobre el que se ha venido desarrollando la Reforma Integral de la Educación Media Superior en México:

1. El enfoque europeo

“La competencia matemática es la habilidad para desarrollar y aplicar el razonamiento matemático con el fin de resolver diversos problemas en situaciones cotidianas. Basándose en un buen dominio del cálculo, el énfasis se sitúa en el proceso y la actividad, aunque también en los conocimientos. La competencia matemática entraña –en distintos grados- la capacidad y la voluntad de utilizar modos matemáticos de pensamiento (pensamiento lógico y espacial) y representación (fórmulas, modelos, construcciones, gráficas y diagramas). (Parlamento Europeo, 2006: 6).

2. El Programa para la Evaluación Internacional de los Estudiantes (PISA)

Este programa -conocido por sus siglas en inglés (PISA)- es el resultado de un compromiso por parte de los gobiernos de los países miembros de la OCDE para establecer un seguimiento regular de los resultados de los sistemas educativos en cuanto al rendimiento de los alumnos, dentro de un marco internacional común. Este proyecto pretende proporcionar una nueva base para el diálogo político y la colaboración en cuanto a la definición y operacionalización de los objetivos educativos de un modo innovador, que refleje las opiniones sobre las destrezas relevantes para la vida adulta. El programa define la competencia matemática en estos términos:

“La competencia matemática es la capacidad de un individuo para identificar y comprender el papel que las matemáticas juegan en el mundo, realizar razonamientos bien fundados y utilizar e involucrarse en las matemáticas de manera que satisfagan las necesidades de la vida del individuo como ciudadano constructivo, comprometido y reflexivo”. (Instituto Nacional de Calidad y Evaluación –INCE-, 2004: 12)

“El término ‘competencia matemática’ se ha escogido para enfatizar el uso funcional del conocimiento matemático en numerosas y diversas situaciones y de manera variada, reflexiva y basada en una comprensión profunda. Por descontado, para que este uso sea posible se requiere una gran cantidad de conocimientos y destrezas matemáticas básicas, y tales destrezas forman parte de nuestra definición de competencia (...) Del mismo modo, la competencia matemática no debe limitarse al conocimiento de la terminología, datos y procedimientos matemáticos, aunque, lógicamente, debe incluirlos, ni a las destrezas para realizar ciertas operaciones y cumplir con determinados métodos. La competencia matemática comporta la combinación creativa de estos elementos en respuesta a las condiciones que imponga una situación exterior”. (INCE, 2004: 18)

Así pues, PISA parte de un concepto de competencia matemática vinculado a la capacidad de los alumnos de *“analizar, razonar y comunicarse eficazmente cuando formulan, resuelven e interpretan problemas matemáticos en diversas situaciones”* (PISA, 2004: 38).

3. El Acuerdo 444 de la SEP

“Las competencias disciplinares básicas de matemáticas buscan propiciar el desarrollo de la creatividad y el pensamiento lógico y crítico entre los estudiantes. Un estudiante que cuente con las competencias disciplinares de matemáticas puede argumentar y estructurar mejor sus ideas y razonamientos.

Las competencias reconocen que a la solución de cada tipo de problema matemático corresponden diferentes conocimientos y habilidades, y el despliegue de diferentes valores y actitudes. Por ello, los estudiantes deben poder razonar matemáticamente, y no simplemente responder ciertos tipos de problemas mediante la repetición de procedimientos establecidos. Esto implica el que puedan hacer las aplicaciones de esta disciplina más allá del salón de clases”. (SEP, 2008: 6)

En los tres enfoques se trata de utilizar o aplicar el razonamiento matemático con el fin de resolver diversos problemas en situaciones socialmente relevantes. De acuerdo con Goñi,

“Lo que realmente hace novedoso al concepto de competencia es la referencia que se hace en él al contexto social, de manera que la diferencia entre un

currículo que se basa en la transmisión del conocimiento matemático y otro que intenta el desarrollo de las competencias matemáticas está en la perspectiva del uso social de ese conocimiento y en la relevancia del mismo para la inclusión social de las personas". (Goñi, 2008: 81)

Se trata de una diferencia fundamental: si no se comprende se caerá fácilmente en el error de pretender un currículo "centrado en competencias" con los conocimientos como ejes vertebradores, o en el otro no menos grave de trabajar en el aula el desarrollo de competencias y evaluar y calificar a los estudiantes por los conocimientos adquiridos.

Durante muchos años se ha considerado que la misión de la escuela es enseñar conocimientos, y que su aplicación en un contexto determinado corresponde al mundo laboral o profesional. El planteamiento tiene cierta lógica, pero en realidad es falso, en primer lugar porque la misma adquisición del conocimiento se consolida en su aplicación, y además porque supone que hay una frontera clara entre las fases que podríamos llamar de acumulación y de aplicación: ¿dónde en realidad terminaría una y comenzaría la otra? ¿Qué es lo que tenemos que saber para resolver ciertos problemas? ¿Eso está predeterminado, o más bien se va clarificando conforme se aborda un problema en concreto? Esta reflexión nos conduce al reconocimiento de que la escuela misma necesita abordar el uso del conocimiento, y que es precisamente en el desarrollo de esta capacidad en donde se puede llevar a cabo la formación de la persona. Desarrollar este proceso afuera de la escuela será un reto que podrá

acometerse con mejores posibilidades si se ha iniciado en la etapa formativa escolarizada.

En otras palabras, si *“la puesta en práctica de los conocimientos refuerza la estabilidad cognitiva de los mismos y el conocimiento mejora el desempeño competencial”* (Goñi, 2008: 83), estamos hablando de una relación dialéctica que debe desarrollarse como tal en la escuela. Al no hacerlo se produce lo que durante tantos años hemos visto: conocimientos efímeros, que difícilmente sobreviven unas semanas después del examen en el que se requirieron.

Situar las competencias como eje del currículo implica que los conocimientos deberán seleccionarse y trabajarse en función de las competencias, como medio y no como fin, y en una lógica no secuencial, de adquisición-aplicación, sino dialéctica, en donde estos polos se alimentan recíprocamente.

La relación entre conocimientos y competencias resulta clave para desarrollar una alternativa pedagógica eficaz en la enseñanza de las matemáticas, de modo que ésta contribuya a la formación integral de los estudiantes. Desarrollar esa relación implica un cambio conceptual en el papel de los profesores, de la “instrucción” a la “educación”. A pesar de que se ha manejado como un hecho en los discursos, en las propuestas y en los diseños curriculares desde hace por lo menos treinta años, ese cambio aún no se vive a plenitud en la cotidianidad del salón de clase: la mayoría de los profesores realiza

su función teniendo como referencia central los contenidos temáticos del curso, lo cual implica que entiende su tarea como “impartición” (término que significa “reparto” o “distribución”) de conocimientos. Conviene reflexionar entonces en lo que se requiere para lograr ese cambio de enfoque.

En primer lugar, se requiere romper con la idea de que el conocimiento es algo independiente o ajeno al ser humano, en el mismo sentido que podría serlo una piedra o un árbol, que están ahí aunque aquél no se percate de su existencia. Conocer requiere un conjunto de operaciones intencionales. No basta con recibir datos de la experiencia, ni con tener noticia de lo que se puede afirmar válidamente acerca de las relaciones que dan cuenta de esos datos. Hace falta un proceso personal, de manera semejante a lo que el organismo hace con los alimentos: así como éstos se convierten en tejidos y energía mediante un proceso de metabolización que los transforma, la información que recibimos a través de los sentidos requiere un procesamiento para convertirse en algo propio de la persona.

“Impartir conocimientos” equivale a poner al alcance de los alumnos una determinada información. Ésta es indispensable, por supuesto, pero debe recorrerse un buen trecho antes de considerar que se ha producido la transformación de esa información en conocimiento. Una condición necesaria para tener éxito en esa transformación es la conciencia de que la educación no se reduce a “impartir conocimientos”, ni se logra simplemente asegurando un flujo informativo unidireccional, pues se trata de una

relación intersubjetiva cargada de intenciones, significados y sentimientos. Quien ignora esto

“pretende ocuparse de la enseñanza de las matemáticas considerando que éstas forman un conjunto de hechos, conceptos, algoritmos, normas, etc. que está bien organizado y que se puede transmitir y recoger directamente, igual que se da un objeto a alguien. Pretende, además, que sea algo aséptico y neutral y que no tenga ningún punto de tangencia con la esfera de los valores. Se separa así del ámbito educativo que está sometido a controversia y justificación ideológica para considerarse como algo válido en sí mismo e inmune a la crítica. Pero esta supuesta asepsia de la instrucción matemática es una falacia que por ser aceptada sin crítica es doblemente peligrosa” (Goñi, 2008: 120).

Este enfoque de las matemáticas implica, pues, una ruptura con el concepto tradicional, en el que los contenidos se presentan sin referencia a contextos reales. En la enseñanza matemática tradicional, habitualmente se trabajan técnicas o procedimientos, y luego se les pide a los alumnos que resuelvan algunos problemas que exigen la aplicación de aquéllos de forma generalmente evidente, pero no se les acompaña a traducir situaciones reales a su formulación matemática, a la consecuente solución de ésta y a la interpretación de los resultados en los términos de la situación original.

Si la tarea del profesor no se reduce a poner al alcance de los alumnos la información, sino que se cumple fundamentalmente al poner las condiciones para que se realice el aprendizaje y acompañar a los alumnos a lograrlo, el diseño adecuado de las tareas que éstos van a realizar es la clave para el logro de los aprendizajes.

3. EL DISEÑO DE ESTRATEGIAS DE ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE PARA LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA

El diseño de estrategias debe considerar como base lo que suele llamarse el “triángulo didáctico”, conformado por tres vértices: el profesor, el alumno y la tarea. Esta última es el elemento que permite establecer un nexo comunicativo entre el profesor y los alumnos, que a fin de cuentas es el que va a propiciar la transformación de la información en conocimiento, es decir, el paso de la experiencia a la intelección, y de ésta al juicio que pone de manifiesto el acceso al conocimiento.

La tarea tiene dos aspectos que se requieren recíprocamente: la propuesta del profesor y la actividad del alumno. No basta, en efecto, que el profesor explique y los alumnos realicen ciertos ejercicios para comprobar que entendieron la explicación, ni que el primero dé ciertas indicaciones y los últimos las sigan; es necesario un proceso dialéctico que inicia con lo que el profesor propone de acuerdo a ciertos motivos

pedagógicos, continúa con lo que el alumno entiende que debe hacer y luego hace, y luego se realimenta con lo que el profesor entiende que están haciendo sus alumnos y propone como medio para corregirlo o hacerlo más eficaz... Se trata de una cadena comunicativa que tiene tres etapas dispuestas no en línea recta, sino en espiral: planeación, desarrollo, evaluación, y que en su conjunto se dirigen a propiciar o inducir el aprendizaje de los alumnos.

En otras palabras, el triángulo didáctico implica una dialéctica de comunicación entre el profesor y sus alumnos, que es lo que constituye la esencia de la educación como proceso de desarrollo de la persona y la comunidad. No basta entonces con “explicar”, ni mucho menos con “dar instrucciones”, sino que se requiere implicarse en un proceso de acompañamiento a lo largo de un curso, a partir de la propuesta de las tareas que han de realizarse para desencadenar el aprendizaje:

“...toda esa interacción informativa cargada de sentido y que es interpretada de manera automática por los actores de la comunicación es la que realmente puede inducir conocimiento. La conversación, relación dialógica que se establece entre docente y estudiante al hilo de la tarea (enseñanza) propuesta, es lo que el estudiante transforma en actividad (aprendizaje) y lo que asegura el nexo comunicativo. También el docente aprende de esta comunicación y si está atento a las señales que le envía el estudiante, puede aprender mucho tanto de su propia manera de actuar como de la necesidad o conveniencia de ir modificando sus propias estrategias con el fin de asegurar que la comunicación que tenga que

establecer sea más productiva desde el punto de vista educativo” (Goñi, 2008: 127-128).

Si ponemos ahora la atención en las tareas que el profesor propone a los estudiantes, conviene considerar la clasificación de las competencias matemáticas realizada por el proyecto PISA en 2003, en torno a tres grupos (PISA, 2004: 41):

- **Grupo de reproducción:**

“Engloba aquellos ejercicios que son relativamente familiares y que exigen básicamente la reproducción de los conocimientos practicados, como:

- *el conocimiento de las representaciones de hechos y problemas comunes,*
- *el reconocimiento de equivalentes,*
- *el recuerdo de objetos y propiedades matemáticas familiares,*
- *la utilización de procesos rutinarios,*
- *la aplicación de algoritmos estándar,*
- *el manejo de expresiones que contienen símbolos y fórmulas familiares o estandarizadas,*
- *la realización de operaciones sencillas”.*

El nivel de reproducción suele significar la mayor parte del trabajo escolar en matemáticas. Después de enseñar a los alumnos procedimientos y algoritmos rutinarios, o la realización de cálculos, o la utilización de fórmulas, se les

asigna una buena cantidad de “ejercicios” que permiten aplicar lo que han aprendido. Se trata, en efecto, de repetir o reproducir lo que el profesor hizo en el salón de clase. No se pone aquí en cuestión la necesidad de esto: sin las habilidades que se pueden requerir como recurso en cualquier momento, no se pueden desarrollar competencias superiores. Lo que habría que cuestionar es el abuso de los ejercicios hasta convertirlos en lo más importante de un curso de matemáticas o, peor aún, en el curso mismo.

- **Grupo de conexión:**

“Va más allá de la reproducción, para resolver problemas que no son meramente rutinarios, pero que todavía se sitúan en contextos familiares o bien se alejan de ellos en un grado relativamente menor. Estos problemas plantean por lo general unas mayores exigencias en cuanto a su interpretación y requieren establecer relaciones entre distintas representaciones de la situación o enlazar diferentes aspectos de la situación del problema con el fin de desarrollar una solución”.

- **Grupo de aplicación:**

“Engloba competencias que son necesarias para tareas que requieren cierta comprensión y reflexión por parte del alumno, así como creatividad para identificar conceptos matemáticos o enlazar con los conocimientos

pertinentes para dar con las soluciones. Los problemas que requieren estas competencias implican un mayor número de elementos que los demás y suelen exigir que los alumnos generalicen y expliquen o justifiquen sus resultados”.

Como puede verse, en la descripción de los dos niveles superiores, conexión y aplicación, se tiene como supuesto básico que ir más allá del nivel de reproducción requiere hacer de la solución de problemas el eje del desarrollo de las competencias matemáticas: “va más allá de la reproducción, para resolver problemas...”; “engloba competencias (...) así como creatividad (...) para dar con las soluciones”. En efecto, en los años noventa apareció como alternativa a la enseñanza tradicional de las matemáticas la corriente de “solución de problemas”, que no sólo pretendía que se propusieran y resolvieran problemas como centro de la enseñanza de las matemáticas, sino que además se enseñaran de manera explícita las estrategias de solución.

Aunque pareciera que la solución de problemas es algo propio de las matemáticas, se trata de un método que tiene sus primeras aplicaciones y desarrollo en la formación de médicos en Estados Unidos durante la década de los 60's. En efecto, esta metodología se desarrolló con el objetivo de mejorar la calidad de la educación médica cambiando la orientación de un currículum que se basaba en una colección de temas y exposiciones del maestro, a uno más integrado y organizado en problemas de la vida real y donde confluyen las diferentes áreas del conocimiento que se ponen en juego para dar solución al problema. Estamos hablando, entonces, de una situación que no es

exclusiva de las matemáticas, y que nos lleva a confirmar la validez de un cambio de acento en la educación, porque si lo que interesa es la formación de los alumnos para que puedan desarrollarse de manera crecientemente autónoma como personas y como integrantes de una comunidad, el centro o puede estar en los conocimientos, sino en las competencias, aunque sin duda éstas no pueden desarrollarse sin aquéllos.

El enfoque conocido como “Aprendizaje Basado en Problemas” (ABP) es una estrategia de enseñanza-aprendizaje en la que tanto la adquisición de conocimientos como el desarrollo de habilidades y actitudes resulta importante. Consiste en el análisis y resolución de un problema seleccionado o diseñado para el logro de ciertos objetivos de aprendizaje. El ABP se sustenta en diferentes corrientes teóricas sobre el aprendizaje humano, pero tiene particular presencia la constructivista. Se fundamenta en tres principios básicos:

- *El entendimiento con respecto a una situación de la realidad surge de las interacciones con el medio ambiente.*
- *El conflicto cognitivo al enfrentar cada nueva situación estimula el aprendizaje.*
- *El conocimiento se desarrolla mediante el reconocimiento y aceptación de los procesos sociales y de la evaluación de las diferentes interpretaciones individuales del mismo fenómeno. (ITESM, 2006: 4)*

Las principales características del ABP son las siguientes:

- Es un método de trabajo activo donde los alumnos participan constantemente en la adquisición de su conocimiento.
- El método se orienta a la solución de problemas que son seleccionados o diseñados para lograr el aprendizaje de ciertos objetivos de conocimiento.
- El aprendizaje se centra en el alumno y no en el profesor o sólo en los contenidos.
- Es un método que estimula el trabajo colaborativo en diferentes disciplinas, se trabaja en grupos pequeños.
- Los cursos con este modelo de trabajo se abren a diferentes disciplinas del conocimiento.
- El maestro se convierte en un facilitador o tutor del aprendizaje.
- Al trabajar con el ABP la actividad gira en torno a la discusión de un problema y el aprendizaje surge de la experiencia de trabajar sobre ese problema, es un método que estimula el autoaprendizaje y permite la práctica del estudiante al enfrentarlo a situaciones reales y a identificar sus deficiencias de conocimiento.

Podemos afirmar entonces que la tarea que pone en juego la competencia matemática en su sentido más general es la solución de problemas. Esto no quiere decir que la clase de matemáticas debe dedicarse por completo a resolver problemas, sino a combinar diferentes tareas que permitan desarrollar los factores necesarios para la solución de problemas. En otras palabras, la enseñanza de las matemáticas habría de

combinar la solución de problemas con el desarrollo de los elementos que permiten resolverlos.

Conviene advertir que no se habla aquí de una solución de problemas del tipo “ejercicio”, es decir, de enfrentar problemas para los que ya se sabe el camino de solución, que sólo se presentan para aplicar un procedimiento o una fórmula. Lo que hace el corazón del aprendizaje basado en problemas es, precisamente, la búsqueda del camino, la elección de una alternativa y el descubrimiento de lo que se requiere aprender para enfrentar y resolver el problema.

Otra cuestión esencial es que el problema seleccionado esté relacionado con el desarrollo de la clase:

“... en la elección de problemas que hay que trabajar en las aulas como parte del currículo de matemáticas habrá que acercarse lo máximo a los contenidos matemáticos habituales, porque en caso contrario habrá que preguntarse seriamente por la conveniencia de que tales temas sigan formando parte del currículo... Lo que no tiene mucho sentido es disociar en exceso un polo del otro y hacer pensar a los estudiantes que los problemas tratan de cosas distintas de las que forman parte los contenidos que aprenden” (Goñi, 2008: 153).

Finalmente, es necesario atender la situación afectiva que se presenta en los procesos de solución de problemas, y muy especialmente de matemáticas, pues

“la capacidad de resolver problemas es directamente proporcional a la angustia que se es capaz de soportar hasta que se resuelven. Sólo el que no se desanima a la primera puede resolver problemas, sólo el que resiste a la frustración y hace de los fracasos acicates puede resolver problemas. Porque lo normal es equivocarse y lo anormal acertar” (Goñi, 2008: 154).

Los profesores de matemáticas que logran mejores resultados son los que en alguna medida consideran los factores afectivos que inciden en sus alumnos. Si les ayudan a manejar sus sentimientos de angustia frente al aprendizaje de las matemáticas, a liberarse de sus prejuicios, a controlar el miedo al fracaso, y a que descubran que de los errores se aprende más que de los aciertos, habrán allanado significativamente el camino al aprendizaje a través de la solución de problemas.

En síntesis, el desarrollo de la competencia matemática está vinculado a la solución de problemas que cumplan las siguientes condiciones:

- Que no se presenten como simples aplicaciones de procedimientos que se acaban de aprender, sino que requieran la búsqueda del procedimiento adecuado.
- Que no estén muy alejados de los conocimientos que se trabajan habitualmente en la clase.
- Que se asuman conscientemente como búsqueda que implica el riesgo de equivocarse y, por tanto, como proceso que implica una dimensión afectiva.

4. EL PAPEL DEL CONOCIMIENTO EN EL DESARROLLO DE LAS COMPETENCIAS MATEMÁTICAS

Durante siglos hemos concebido a la escuela como lugar de “transmisión de conocimientos”; no es de extrañar, entonces, que muchos educadores consideren que centrar el currículo en el desarrollo de competencias es renunciar a su misión educativa fundamental. A pesar de que éste incluye el dominio de ciertos saberes, la inquietud se justifica:

“... porque no se puede desarrollar las competencias en la escuela sin limitar el tiempo consagrado a la asimilación de saberes, ni sin poner en cuestión su organización en disciplinas compartimentalizadas” (Perrenoud, 2008: 2).

El modelo centrado en competencias adquiere fuerza ante infinidad de situaciones en las que una persona con dominio de un determinado conjunto de conocimientos no los pudo movilizar adecuada y oportunamente, ante una determinada situación y en un contexto específico. La transferencia de conocimientos a la práctica no es un proceso espontáneo ni automático; al contrario, es el gran reto al que se enfrentan los egresados de las escuelas de todos los niveles y la base del requisito de “contar con experiencia” que establecen casi todos los empleadores.

Se aprende a movilizar los saberes ante determinadas situaciones por el ejercicio y una práctica reflexiva, a través de la extrapolación y la combinación creativa de esos saberes, hasta que se logra construir una estrategia eficaz para resolver el problema. Por eso es importante desarrollar las competencias desde la escuela; sin embargo, el conflicto aparece en la medida en que

“... la escolarización funciona sobre la base de una suerte de ‘división del trabajo’: de la escuela como proveedora de recursos (saberes y saberes-hacer básicos), a la vía o a las redes de formación profesional para el desarrollo de competencias. Esta división del trabajo reposa sobre una ficción: la mayoría de los conocimientos acumulados en la escuela son inútiles en la vida cotidiana, no porque carezcan de importancia o no sean pertinentes, sino porque los alumnos no los han ejercitado en situaciones concretas” (Perrenoud, 2008: 5).

En otras palabras, por un lado consideramos inútil acumular conocimientos de los que sólo algunos tendrán necesidad más tarde; por otro, enfrentamos situaciones cotidianas para las que tenemos necesidades apremiantes de conocimientos (como el uso de las tecnologías de la información y la comunicación, la decisión sobre el mejor modo de utilizar los instrumentos de crédito disponibles o las medidas eficaces para el cuidado de la salud, más allá de los remedios caseros, las recomendaciones de quién sabe quién o la utilización irresponsable de medicamentos), pero no sabemos utilizar los que se ofrecen en la escuela, aunque sean pertinentes y relevantes en cada caso. Esta paradoja implica una elección que no puede ser de una sola institución; mucho menos de un profesor aislado:

“El desarrollo de competencias desde la escuela implicaría un alargamiento de programas conceptuales, con el fin de lograr el tiempo requerido para ejercer el transfer (transferencia de conocimientos) y conducir la movilización de saberes.

¿Es esto grave? ¿Es preciso verdaderamente que en la escuela obligatoria se aprenda el máximo de matemáticas, de física, de biología... para que los programas postobligatorios puedan ir más lejos? Aligerar los programas y trabajar un número más limitado de nociones disciplinares, para concluir su puesta en marcha, apenas perjudicaría a los que cursarán estudios especializados en los dominios correspondientes, y daría mejores oportunidades a otros muchos. No

solamente a los que abandonaron la escuela a los 15 años, cuyo número disminuye en las sociedades desarrolladas, sino también a los que, con el doctorado en historia, no comprenden nada de lo nuclear, mientras que los ingenieros del mismo nivel quedan también perplejos ante las evoluciones culturales y políticas del planeta” (Perrenoud, 2008: 6).

Estas consideraciones nos conducen a optar por programas con menos contenidos conceptuales, que aunque sean necesarios no lo son en la cantidad en la que hoy abruman los programas de estudio, con la consecuencia inevitable de que la escuela no está cumpliendo su rol esencial: dar herramientas para comprender y transformar el mundo, a partir siempre del conocimiento, sí, pero de un conocimiento que se emplea como medio para actuar sobre la realidad, y no sólo para desplegarlo en los exámenes y abandonarlo después en el lugar más recóndito de la memoria.

Se trata de buscar un equilibrio entre el desarrollo de las competencias ampliamente reconocidas como necesarias en un determinado nivel educativo y la asimilación de los conocimientos que se consideran necesarios en el perfil de egreso de ese nivel. El equilibrio no se puede definir a priori, ni como propuesta de una sola institución: hace falta una búsqueda colectiva que se realice en las academias de profesores, en los seminarios y organismos colegiados, en los encuentros. Mientras tanto, tendremos que vivir una especie de transición entre los programas que hoy se definen mayoritariamente a partir de los conocimientos disciplinarios y los que en el futuro

habrán de establecer vínculos sistemáticos entre éstos y las competencias que pretendan desarrollar.

En ese proceso, es importante tener claridad sobre lo que se considera hoy fundamental en la educación matemática. En un estudio reciente sobre las competencias matemáticas desde una perspectiva curricular se establece lo siguiente:

1º Las matemáticas se caracterizan por la abstracción y generalidad de sus conceptos, por el rigor de sus procedimientos y por la coherencia de sus argumentaciones. A lo largo de la historia el conocimiento matemático ha formado parte de la cultura porque proporciona objetividad y da rigor al resto de las disciplinas:

“... las matemáticas constituyen un tipo de conocimiento especialmente valioso, lo cual justifica que formen parte de la educación obligatoria. Las ideas que justifican la educación matemática lo hacen en razón de fines conceptuales y culturales” (Rico y Lupiáñez, 2008: 42).

2º Las matemáticas destacan por la potencia cognitiva que proporciona su aprendizaje, es decir, por promover el desarrollo de la capacidad de razonar y argumentar:

“Tradicionalmente, la práctica totalidad de los currículos de matemáticas valoran su enseñanza porque favorece el desarrollo intelectual de los estudiantes mediante el logro de capacidades, destrezas y habilidades matemáticas específicas. La actividad matemática, conjuntamente con el aprendizaje de una serie de conceptos y procedimientos específicos, favorece el desarrollo y adquisición de capacidades cognitivas muy generales” (Rico y Lupiáñez, 2008: 42).

3º Desde un enfoque cognitivo que postula que la acción pedagógica debe respetar el desarrollo del ser humano para potenciar su crecimiento, lo que importa es la competencia cognitiva general de una persona; lo que puede y debe hacer la educación es reforzar esa competencia y seguir las leyes generales del desarrollo.

“Alternativamente, el enfoque de los aprendizajes específicos se centra en los cambios de la persona que pueden ser provocados o dirigidos mediante acción pedagógica directa. La educación en este caso consiste en promover el máximo posible de conocimientos, tanto en amplitud como en profundidad, ya que estos conocimientos no se pueden lograr sin acción directa” (Rico y Lupiáñez, 2008: 43).

Las capacidades matemáticas que se suelen destacar en este enfoque son las siguientes:

- a) La capacidad para desarrollar el pensamiento del alumno mediante el establecimiento de relaciones, la deducción de consecuencias y el manejo simbólico de diversas situaciones.
- b) La capacidad para promover la expresión, la elaboración y la apreciación de patrones y regularidades, así como la habilidad para el uso de esquemas y representaciones gráficas.
- c) La capacidad para estimular el trabajo cooperativo, el ejercicio de la crítica, la participación, la comunicación y la discusión de las ideas.
- d) El potencial para la búsqueda, identificación y resolución de problemas.

4º El enfoque educativo centrado en las competencias asume que cada una de las competencias básicas se alcanza como consecuencia del trabajo en varias áreas o materias; en consecuencia, en cualquier contexto y desde cualquier disciplina se puede contribuir a más de una competencia. Conviene entonces tener claro de qué forma contribuye el área de matemáticas al desarrollo de otras competencias del bachiller con las que aquélla tiene una relación más

estrecha. A través de las evaluaciones del programa denominado PISA, la OCDE considera que las más importantes son las siguientes (OCDE, 2003):

1. Pensar y razonar
2. Comunicarse
3. Hacer modelos que representen adecuadamente la realidad
4. Establecer sistemas de representación
5. Argumentar críticamente
6. Resolver problemas
7. Dominar los lenguajes numéricos, simbólicos y gráficos
8. Manejar con destreza las tecnologías de la información y la comunicación

Esta interrelación nos conduce a una conclusión fundamental: pasar de una programación por objetivos en una determinada asignatura de matemáticas, a una competencia matemática que debe desarrollarse a lo largo de todo el periodo formativo de un estudiante, exige una visión más amplia de lo que hoy podemos suponer los profesores de matemáticas y los responsables de los programas en las instituciones educativas. El camino es largo y vale más emprenderlo cuanto antes: necesitamos proponer caminos concretos desde la planeación, el diseño de actividades de aprendizaje y la evaluación, para

construir colectivamente un currículo diferente, que no puede partir sino de las asignaturas que hoy conforman los diversos planes de estudio, pero que tiene que arribar a una modalidad cualitativamente diferente, que le dé su lugar a las competencias como palanca para transformar la educación pretendidamente academicista y enciclopédica que hoy nos tiene en un callejón sin salida, en una verdadera formación para la vida en el siglo XXI.

CAPÍTULO V

PLANEACIÓN DIDÁCTICA CON ENFOQUE EN COMPETENCIAS

Conviene ahora explorar las concreciones didácticas en el área de Matemáticas del enfoque en competencias. A partir del ciclo escolar 2009-2010, la Dirección General de Bachillerato (DGB) de la Secretaría de Educación Pública incorporó en su plan de estudios los principios básicos de la Reforma Integral de la Educación Media Superior (RIEMS), con el propósito de:

“Fortalecer y consolidar la identidad de este nivel educativo en todas sus modalidades y subsistemas; proporcionar una educación pertinente y relevante al estudiante que le permita establecer una relación entre la escuela y su entorno; y facilitar el tránsito académico de los estudiantes entre los subsistemas y las escuelas” (DGB, 2009: 3).

Para el logro de las finalidades anteriores, la RIEMS adopta un Marco Curricular Común, que compartirán todas las instituciones de bachillerato, basado en un enfoque educativo basado en el desarrollo de competencias. La adopción de este enfoque se sustenta en el propósito de que los estudiantes no sólo adquieran conocimientos, sino además desarrollen el saber qué hacer en una determinada situación:

“En este contexto la Educación Media Superior se propone dejar de lado la sola memorización de temas desarticulados y la adquisición de habilidades relativamente mecánicas, y en su lugar pone un especial énfasis en la promoción del desarrollo de competencias en el contexto en el que se encuentren los estudiantes, que se manifiesten en la capacidad de resolver problemas, procurando que en el aula exista una vinculación entre ésta y la vida cotidiana incorporando los aspectos socioculturales y disciplinarios que permitan a los egresados desarrollar competencias educativas” (DGB, 2009: 4-5).

Con respecto al área de Matemáticas, se establece que tiene la finalidad de

“...propiciar el desarrollo de la creatividad y el pensamiento lógico y crítico entre los estudiantes, mediante procesos de razonamiento, argumentación y estructuración de ideas que conlleven el despliegue de distintos conocimientos, habilidades, actitudes y valores, en la resolución de problemas matemáticos que en sus aplicaciones trasciendan el ámbito escolar” (DGB, 2009: 5).

Las competencias disciplinares básicas del campo de las matemáticas son el medio para lograr esa finalidad y constituyen la referencia fundamental para la actualización de los programas del bachillerato de la SEP. Estos programas representan entonces la concreción institucional más reciente del enfoque en competencias, y analizar críticamente sus planteamientos, logros, limitaciones y alcances nos permitirá clarificar

las tareas que habrá que acometer en el corto plazo para avanzar en la transformación de la enseñanza para que contribuya más eficazmente a la formación integral de los estudiantes.

Analizaremos para ese efecto el programa más reciente de la DGB en el área de Matemáticas, el de Matemáticas IV, únicamente en su estructuración general y en el desglose del primer bloque, lo cual será suficiente para los propósitos enunciados arriba, pues cada bloque se presenta con la misma estructura. Para apreciar la diferencia entre esta forma de desarrollar el programa del curso y la inmediata anterior, se presentará un contraste con los elementos correspondientes al programa vigente hasta el ciclo escolar 2008-2009.

1. Propósitos del curso

PROGRAMA VIGENTE HASTA 2009

PROGRAMA VIGENTE A PARTIR DE 2009

La asignatura Matemáticas IV permitirá al alumno desarrollar un pensamiento flexible al constatar que la Matemática también admite el titubeo, el error y la aproximación, además de la formalidad, el rigor y la exactitud, al estudiar los conceptos de variación y aproximación ligados a la idea de función; posibilitará así

La asignatura de Matemáticas IV contribuye

ampliamente al desarrollo de estas competencias cuando el estudiante se autodetermina y cuida de sí, por ejemplo, al enfrentar las dificultades que se le presentan al resolver un problema y es capaz de tomar decisiones ejerciendo el análisis

mismo el desarrollo de distintas formas de comunicación oral y escrita, expresando sus ideas mediante diversas representaciones gráficas o interpretando y describiendo procesos; utilizará el pensamiento crítico al elaborar gráficas e identificar las diferentes formas de variación funcional al modelar situaciones; valorará la utilidad del trabajo colaborativo en equipos y en el grupo, lo mismo que la importancia del respeto a las opiniones de los demás al participar en actividades grupales, y desarrollará una actitud de aprecio hacia el trabajo científico, particularmente de la Matemática, al aplicar los conocimientos para la modelación y resolución de problemas de diversos ámbitos.

crítico; se expresa y comunica utilizando distintas formas de representación matemática (variables, ecuaciones, tablas, diagramas, gráficas) o incluso emplea el lenguaje ordinario, u otros medios (ensayos, reportes) e instrumentos (calculadoras, computadoras) para exponer sus ideas; piensa crítica y reflexivamente al construir hipótesis, diseñar y aplicar modelos geométricos o evaluar argumentos o elegir fuentes de información al analizar o resolver situaciones o problemas de su entorno; aprende de forma autónoma cuando revisa sus procesos de construcción del conocimiento matemático (aciertos, errores) o los relaciona con su vida cotidiana; trabaja en forma colaborativa al aportar puntos de vista distintos o proponer formas alternas de solucionar un problema matemático; participa con responsabilidad en la sociedad al utilizar sus conocimientos matemáticos para proponer soluciones a problemas de su localidad, de su región o de su país.

a) Elementos comunes en ambos programas:

- Desarrollo de distintas formas de comunicación
- Desarrollo del pensamiento crítico
- Trabajo colaborativo

b) Diferencias significativas entre ambos programas:

Desarrollo del pensamiento flexible al admitir el titubeo, el error y la aproximación, además del rigor, la formalidad y la exactitud	Desarrollo de las competencias genéricas del bachiller a través de las disciplinas propias de las Matemáticas
Aprecio por el trabajo científico al aplicar los conocimientos para la modelación y la resolución de problemas de diversos ámbitos	Utilización de los conocimientos matemáticos para proponer soluciones a los problemas de su localidad, de su región o de su país

c) Observaciones:

- El programa vigente hasta 2009 hacía énfasis en el desarrollo del pensamiento flexible a partir de una tendencia a relativizar el rigor y la exactitud con la que muchos caracterizaban a las matemáticas. El enfoque actual sigue siendo una valoración de esta disciplina como medio para el desarrollo del pensamiento abstracto, pero en el programa vigente se supera el marco anterior para mostrar las posibilidades formativas de las matemáticas en un sentido más amplio. Se trata de un avance significativo.
- En un sentido semejante, el programa anterior destaca que el estudio de las matemáticas contribuye al “aprecio por el trabajo científico” (fin) a través de la aplicación de los conocimientos matemáticos para resolver problemas diversos (medio); en cambio, el programa vigente propone como medio la

utilización de esos conocimientos para “proponer soluciones a los problemas” (fin). A pesar de la exageración de los alcances de un estudiante de bachillerato (“proponer soluciones a los problemas de su localidad, de su región o de su país”), es de reconocerse el cambio de visión: el trabajo matemático no está destinado fundamentalmente al aprecio por las ciencias, sino a la transformación del entorno.

- El programa actual retoma características esenciales del anterior en cuanto al desarrollo del pensamiento crítico y de distintas formas de comunicación, así como del trabajo colaborativo. En el marco de las competencias estos aspectos adquieren una dimensión más adecuada, al integrarse en un conjunto que les da mayor proyección, por cuanto los integra a la formación del bachiller como persona capaz de tomar decisiones en comunicación y colaboración con otros.
- Por lo que se refiere al desarrollo del pensamiento crítico, el programa anterior se refería a la comprensión de diferentes formas de variación funcional, mientras que el actual lo relaciona con la construcción de hipótesis, el diseño y la aplicación de modelos geométricos, la evaluación de argumentos o la elección de fuentes de información, así como al análisis y la situación de situaciones o problemas de su entorno. Puede apreciarse aquí una perspectiva de mucho mayor alcance: en el programa anterior el límite es el de las relaciones funcionales mismas; en el actual se procura que el conocimiento matemático sea parte de una competencia.

- El desarrollo de distintas formas de comunicación y el trabajo colaborativo mantienen en ambas programas la misma valoración y enfoque.

2. Contenidos temáticos

PROGRAMA VIGENTE HASTA 2009

PROGRAMA VIGENTE A PARTIR DE

2009

Los contenidos sobre funciones que serán abordados en el curso de *Matemáticas IV* comprenden los temas de: relaciones y funciones, funciones polinomiales, funciones racionales y funciones exponencial y logarítmica. La idea general de interdependencia funcional entre dos variables, así como sus distintas formas de representación, vinculará y estructurará el estudio de tales contenidos. Partiendo de la idea general de función, sus características algebraicas y geométricas, operaciones y tipos básicos especiales de funciones (indispensables para la representación de la variación entre dos magnitudes) se pasará al estudio de las funciones algebraicas polinomiales y racionales, (incluyendo propiedades algebraicas de polinomios, tales como factores, residuos, raíces de ecuaciones lineales, cuadráticas, cúbicas y cuárticas) y se concluirá con el estudio del comportamiento de dos

La asignatura de Matemáticas IV permitirá al estudiante utilizar distintos tipos de funciones para representar relaciones entre magnitudes, y resolver problemas diversos, tanto en el campo de la administración como en el de las ciencias.

La asignatura está organizada en ocho bloques de conocimiento, con el objeto de facilitar la formulación y resolución de situaciones o problemas de manera integral en cada uno, y de garantizar el desarrollo gradual y sucesivo de distintos conocimientos, habilidades, valores y actitudes en el estudiante, a partir del conocimiento de las características y empleo de diferentes tipos de modelos funcionales. Los ocho bloques para esta asignatura, son los siguientes:

Bloque I Reconoce y realiza operaciones con distintos tipos de funciones.

<p>tipos especiales de funciones trascendentes, las funciones exponencial y logarítmica, destacando el carácter inverso de ambas, revisando propiedades básicas de logaritmos y resolviendo ecuaciones exponenciales y logarítmicas.</p> <p>Unidad I. Relaciones y funciones Unidad II. Funciones polinomiales Unidad III. Funciones racionales Unidad IV. Funciones exponencial y logarítmica.</p>	<p>Bloque II Aplica funciones especiales y transformaciones de gráficas.</p> <p>Bloque III Emplea funciones polinomiales de grados cero, uno y dos.</p> <p>Bloque IV Emplea funciones polinomiales de grados tres y cuatro.</p> <p>Bloque V Emplea funciones polinomiales factorizables.</p> <p>Bloque VI Emplea funciones racionales.</p> <p>Bloque VII Aplica funciones exponenciales y logarítmicas.</p> <p>Bloque VIII Emplea funciones periódicas.</p>
--	---

a) Elementos comunes en ambos programas:

- Los contenidos temáticos y su tratamiento son prácticamente los mismos en ambos programas.

b) Diferencias entre ambos programas:

- La mayoría de las diferencias son sólo de forma: mientras que en la presentación del programa anterior se muestra la secuencia entre las unidades, en el actual se hace un desdoblamiento de las primeras dos unidades del programa anterior.

- La única diferencia significativa es la inclusión de las funciones periódicas en el programa actual.

3. El desarrollo de las competencias en el programa actual

Durante sus estudios en el área de Matemáticas, un alumno de bachillerato:

1. Construye e interpreta modelos matemáticos mediante la aplicación de procedimientos aritméticos, algebraicos, geométricos y variacionales, para la comprensión y análisis de situaciones reales, hipotéticas o formales.
2. Formula y resuelve problemas matemáticos, aplicando diferentes enfoques.
3. Explica e interpreta los resultados obtenidos mediante procedimientos matemáticos y los contrasta con modelos establecidos.
4. Argumenta la solución obtenida de un problema, con métodos numéricos, gráficos, analíticos o variacionales, mediante el lenguaje verbal, matemático y el uso de las tecnologías de la información y la comunicación o situaciones reales.
5. Analiza las relaciones entre dos o más variables de un proceso social o natural para determinar o estimar su comportamiento.

6. Cuantifica, representa y contrasta experimental o matemáticamente las magnitudes del espacio y las propiedades físicas de los objetos que lo rodean.
7. Elige un enfoque determinista o uno aleatorio para el estudio de un proceso o fenómeno, y argumenta su pertinencia
8. Interpreta tablas, gráficas, mapas, diagramas y textos con símbolos matemáticos y científicos.

Resulta sorprendente que en el programa de Matemáticas IV se considere que cada uno de los bloques contribuye a desarrollar cada una de las competencias disciplinares enunciadas, tal y como lo indica la tabla con que se muestra la relación entre éstas y aquéllos. ¿Es esto posible? A primera vista se puede pensar que no, pero si se considera cada bloque con algún detenimiento, esta primera impresión se puede confirmar, en algunos casos rotundamente. Veamos:

En el Bloque I se trata de que los alumnos reconozcan y realicen operaciones con distintos tipos de funciones. Si bien se puede considerar que en cierta medida esto contribuye a la construcción e interpretación de modelos matemáticos, a la formulación de problemas y a la interpretación de los resultados, resulta exagerado decir que con este trabajo podrán cuantificar, representar y contrastar *“experimental o matemáticamente las magnitudes del espacio y las propiedades físicas de los objetos que lo rodean”*, y más aún que *“(elegirán) un enfoque determinista o uno aleatorio para el estudio de un proceso o fenómeno, y (argumentar) su pertinencia”*. Finalmente, no se

puede pretender que esto se relaciona con la interpretación de *“tablas, gráficas, mapas, diagramas y textos con símbolos matemáticos y científicos”*.

La exageración es mayor si se toma en cuenta que en la primera unidad de este curso los alumnos apenas inician la comprensión de lo que significa la relación entre variables y distinguen lo que caracteriza a esa relación específica que llamamos “función”. Pensar que con estos elementos básicos se puede formular y resolver problemas matemáticos *“aplicando diferentes enfoques”* y, después, *“(explicar e interpretar) los resultados obtenidos mediante procedimientos matemáticos y (contrastarlos) con modelos establecidos”* resulta fuera del alcance de este curso, o, al menos, de este bloque. Si el programa considera que esto es posible en la primera unidad es porque sus autores no se han detenido a considerar las condiciones concretas del aprendizaje de las matemáticas de los alumnos del cuarto semestre de bachillerato.

Una orientación razonable para descubrir las aportaciones de cada bloque de este curso al desarrollo de las competencias disciplinares del área de Matemáticas habría de destacar la principal contribución de cada unidad temática, en lugar de pretender lo que cualquier profesor con un mínimo de experiencia desecharía: que cada tema sirve para desarrollarlo todo.

Por lo que se refiere a las competencias genéricas, se considera que el Bloque I tiene la posibilidad de desarrollar los siguientes atributos:

4.1 Expresa ideas y conceptos mediante representaciones lingüísticas, matemáticas o gráficas.

5.1 Sigue instrucciones y procedimientos de manera reflexiva, comprendiendo cómo cada uno de sus pasos contribuye al alcance de un objetivo.

5.4 Construye hipótesis y diseña y aplica modelos para probar su validez.

5.6 Utiliza las tecnologías de la información y comunicación para procesar e interpretar información.

6.1 Elige las fuentes de información más relevantes para un propósito específico y discrimina entre ellas de acuerdo a su relevancia y confiabilidad.

7.1 Define metas y da seguimiento a sus procesos de construcción de conocimientos.

8.1 Propone maneras de solucionar un problema y desarrolla un proyecto en equipo, definiendo un curso de acción con pasos específicos.

8.2 Aporta puntos de vista con apertura y considera los de otras personas de manera reflexiva.

8.3 Asume una actitud constructiva, congruente con los conocimientos y habilidades con los que cuenta dentro de distintos equipos de trabajo.

Una vez más, la pretensión difícilmente puede fundamentarse, a excepción, quizá, de los dos primeros.

Para ponderar el éxito del programa de Matemáticas IV como concreción didáctica del desarrollo de competencias, podríamos comparar los planteamientos más concretos del programa vigente y el anterior en alguna de las unidades en donde hay el mismo contenido, por ejemplo en la que se refiere a las funciones exponenciales y logarítmicas. Se trata de planteamientos diferentes: uno estructurado a partir de los contenidos, sobre los que se definen los objetivos que direccionan las estrategias de enseñanza y aprendizaje; el otro, centrado en el aprendizaje de los alumnos, que se distingue en los ámbitos de los conocimientos, las habilidades y las actitudes que se requieren para el desarrollo de las competencias disciplinares básicas. Sin embargo, es posible analizar su correspondencia comparando los elementos que resulten afines:

OBJETIVOS O PROPÓSITO DE LA UNIDAD

PROGRAMA VIGENTE HASTA 2009	PROGRAMA VIGENTE A PARTIR DE 2009
<p>El estudiante resolverá problemas con funciones exponenciales y logarítmicas, teóricos o prácticos, utilizando su relación como funciones inversas y sus propiedades algebraicas, en un ambiente escolar que favorezca la reflexión sobre la utilidad de estos conocimientos y el desarrollo de actitudes de responsabilidad, cooperación, iniciativa y colaboración hacia el entorno en el que se desenvuelve.</p>	<p>Construye e interpreta modelos exponenciales y logarítmicos aplicando las propiedades de crecimiento y decrecimiento propias de estas funciones, para representar situaciones y resolver problemas teóricos o prácticos, de su vida cotidiana o escolar, que le permiten comprender y transformar su realidad.</p> <ul style="list-style-type: none"> - Contrasta los resultados obtenidos mediante la aplicación de modelos racionales, en el contexto de las situaciones reales o hipotéticas que describen. - Interpreta tablas, gráficas, diagramas y textos con información relativa a funciones exponenciales y logarítmicas.

a) Elementos comunes en ambos programas:

- Resolver problemas teóricos o prácticos mediante funciones exponenciales y logarítmicas

b) Diferencias entre ambos programas:

- El programa anterior resaltaba la importancia de un ambiente escolar que favoreciera la reflexión sobre la utilidad de estos conocimientos, lo que propiamente no constituye parte de los objetivos de una unidad temática.
- El programa vigente ubica la construcción de modelos y su respectiva solución como parte de la comprensión y transformación de la realidad. Además, contrasta los resultados que se pueden obtener en la representación de la realidad mediante modelos exponenciales o logarítmicos con lo que se puede lograr con los modelos racionales.

CONTENIDOS TEMÁTICOS	SABERES REQUERIDOS
PROGRAMA VIGENTE HASTA 2009	PROGRAMA VIGENTE A PARTIR DE 2009

CONOCIMIENTOS

- Funciones exponenciales (Crecientes, Decrecientes)
-

4.1. Función exponencial

4.1.1. Concepto de función exponencial.

- Notación

- Dominio y rango

-Crecimiento y decaimiento exponencial

4.1.2. Variación exponencial

- Valores de x y razones

constantes de la función

- Obtención de la expresión

algebraica correspondiente

-Tasa y factor de crecimiento

4.1.3. El número e

- Caracterización e importancia

- Función exponencial natural

4.2. Función logarítmica

4.2.1. Concepto de función

logarítmica

- Función exponencial natural (El número e , crecimiento o decrecimiento en base e)

- Interpretación algebraica y gráfica de la función logarítmica como la inversa de la

- función exponencial.

- Propiedades de los logaritmos (Inherentes a su definición, Operativas)

- Propiedades y técnicas de resolución de ecuaciones exponenciales y logarítmicas.

HABILIDADES

- Explica por qué una función exponencial es creciente o decreciente.

- Obtiene el valor inicial y el factor de crecimiento de una función exponencial.

- Utiliza la función exponencial natural para modelar situaciones que involucran al número e .

- Construye la función logarítmica como la inversa de la función exponencial.

- Opera con logaritmos y resuelve ecuaciones exponenciales y logarítmicas.

- Reconoce situaciones que pueden modelarse mediante funciones exponenciales y logarítmicas y aplica éstas para hallar su solución.

- Logaritmo de un número

- La función logarítmica
como inversa de la función

exponencial

- Gráfica de la función

logarítmica

- Dominio y rango

4.2.2. Logaritmos comunes y

naturales

- Definición y propiedades

básicas

- Operaciones con

logaritmos

-Cambio de base

4.3. Ecuaciones
exponenciales y

logarítmicas

-Métodos básicos de

resolución algebraica

ACTITUDES Y VALORES

- Presenta una actitud de apertura que favorece la solución de problemas.
- Aprecia la utilidad de las técnicas algebraicas de resolución de ecuaciones, para simplificar procesos y obtener soluciones precisas.
- Presenta disposición al trabajo colaborativo con sus compañeros.
- Aporta puntos de vista personales con apertura y considera los de otras personas.
- Participa al resolver los ejercicios planteados.
- Propone maneras creativas de solucionar problemas matemáticos.
- Tiene una actitud constructiva, congruente con los conocimientos y habilidades con los que cuenta, dentro de distintos equipos de trabajo.

a) Elementos comunes en ambos programas:

- Ambos programas trabajan con los elementos básicos de las funciones exponenciales y logarítmicas.

b) Diferencias entre ambos programas:

- Se trata de dos formas diferentes de especificar los contenidos: en el programa anterior es exclusivamente temática; en el actual se distingue entre los conocimientos, las habilidades y las actitudes y valores que el alumno aprende en el curso. Sin duda, esto representa un gran avance en cuanto a la perspectiva de una formación integral, pues no se circunscribe el trabajo escolar al aprendizaje de conocimientos. Sin embargo, no estamos todavía en la perspectiva de la educación centrada en competencias, porque no se muestra hasta aquí cómo se integran los tres elementos mencionados en un contexto específico para la resolución de un problema. La propuesta de algunos indicadores de desempeño y de evidencias de aprendizaje va un poco más adelante que las estrategias de aprendizaje del programa anterior, pero no llega a plasmarse en una estrategia bien definida para el desarrollo de competencias. Veamos:

PROGRAMA VIGENTE HASTA 2009	PROGRAMA VIGENTE A PARTIR DE 2009	
ESTRATEGIAS DE APRENDIZAJE	INDICADORES DE DESEMPEÑO	EVIDENCIAS DE APRENDIZAJE
Elaborar un cuadro comparativo del crecimiento lineal, cuadrático y exponencial para una variable. Describir las diferencias en su comportamiento, e identificar el de la función exponencial mediante el aumento en un factor constante para iguales	A partir de la ecuación de la función exponencial decide si ésta es creciente o decreciente.	Determina si el valor de la base es mayor o menor que 1, para saber si la función exponencial crece o decrece.

incrementos de la variable independiente.		
Elaborar gráficas para explicar cómo se distingue una función exponencial <i>natural</i> creciente de una decreciente. Resolver los problemas propuestos por el profesor y presentarlos para su discusión en el grupo.	Obtiene valores de funciones exponenciales y logarítmicas utilizando tablas o calculadora.	Interpreta y aproxima potencias para exponentes reales cualesquiera con propiedades de los exponentes, y los verifica o completa con calculadora.
Explicar cómo se identifica en un problema un crecimiento o un decaimiento exponencial. Representar con modelos exponenciales ejercicios propuestos por el profesor e investigar en libros problemas de aplicación práctica que se modelen con funciones exponenciales.	Traza las gráficas de funciones exponenciales tabulando valores, y las utiliza para obtener gráficas de funciones logarítmicas.	Elabora las gráficas de las funciones exponencial y logarítmica con tabulación de puntos y reflexiones sobre la recta $y = x$.
Identificar las características de los logaritmos comunes y decimales: Explicar que tienen en común y en qué se diferencian. Mediante la resolución de ejercicios, practicar las propiedades operatorias básicas de los logaritmos.	Utiliza las propiedades de los logaritmos para resolver ecuaciones exponenciales y logarítmicas	Resuelve ecuaciones exponenciales y logarítmicas reescribiendo exponentes como logaritmos y viceversa.
Resolver ecuaciones exponenciales interpretando los exponentes como logaritmos. Proceder en forma inversa para resolver ecuaciones logarítmicas.	Aplica las propiedades y relaciones de las funciones exponenciales y logarítmicas para modelar y resolver problemas.	Aplica propiedades de exponentes y logaritmos, y las funciones exponenciales y logarítmicas, para modelar situaciones diversas, como interés compuesto continuo, depreciación de un bien, etc.

Se puede apreciar que la única diferencia entre ambos programas es el señalamiento de la aplicación de “*las propiedades y relaciones de las funciones exponenciales y logarítmicas para modelar y resolver problemas (o para) modelar situaciones diversas,*

como interés compuesto continuo, depreciación de un bien, etc.” que aparece en el programa vigente. En el anterior se había hecho sólo una referencia a la investigación bibliográfica de *“problemas de aplicación práctica que se modelen con funciones exponenciales”*. En pocas palabras, el diseño de las actividades de aprendizaje que recuperen situaciones del contexto de los alumnos que se puedan plantear y resolver con funciones exponenciales o logarítmicas queda como tarea del profesor; en este sentido, el programa no establece una orientación concreta para elaborar una instrumentación didáctica basada en el desarrollo de competencias. Lo que sí hace es proporcionar un marco general, como se puede ver en el siguiente apartado.

4. El marco general para el diseño de actividades

En las “Consideraciones Generales para la Elaboración del Plan de Clase”, el programa vigente recuerda que, conforme a lo establecido en la RIEMS, el último nivel de concreción se realiza en el aula, donde interactúan el profesor y los alumnos con los contenidos de aprendizaje. Para la consolidación de una enseñanza basada en el desarrollo de competencias, propone que se tomen en cuenta las siguientes consideraciones:

- a) *Las competencias se adquieren enfrentando al alumno a actividades y no mediante la transmisión de conocimientos o la automatización de ellos.*
- b) *Las competencias se desarrollan a lo largo de todo el proceso educativo, dentro y fuera de la escuela.*
- c) *La actividad de aprendizaje es el espacio ideal en el que se movilizan conocimientos, habilidades, actitudes y valores.*
- d) *Las situaciones de aprendizaje serán significativas para el estudiante en la medida que éstas le sean atractivas y se sitúen en su entorno actual.*
- e) *El docente es un mediador entre los alumnos y su experiencia sociocultural y disciplinaria, su papel es el de ayudar al alumno a generar los andamios que le permitan movilizar sus conocimientos, habilidades, actitudes y valores, promoviendo el traspaso progresivo de la responsabilidad de aprender.*
- f) *La función del docente es promover y facilitar el aprendizaje entre los estudiantes, a partir del diseño y selección de secuencias didácticas, reconocimiento del contexto que vive el estudiante, selección de materiales, promoción de un trabajo interdisciplinario y acompañar el proceso de aprendizaje del estudiante.*
- g) *El alumno es el protagonista del hecho educativo y el responsable de la construcción de su aprendizaje. (SEP, 2009: 26)*

El papel del profesor es diseñar las estrategias de enseñanza, dosificar los contenidos y conocimientos disciplinares, considerar las características de sus alumnos y su nivel cognitivo, planear los recursos a emplear para el logro de sus propósitos, diseñar las actividades para promover el aprendizaje centrado en los alumnos, e identificar las tareas y actividades que deben ser evaluadas. Para ello, el programa vigente establece la necesidad de que los profesores lleven a cabo las siguientes actividades:

- a) Analizar los programas de estudio.*
- b) Relacionar la asignatura a impartir con el campo de conocimiento al cual pertenece, así como con las asignaturas que se cursan de manera paralela en el semestre y el plan de estudios en su totalidad.*
- c) Tomar en cuenta los tiempos reales de los que dispone en clase.*
- d) Definir una distribución real de las actividades a desarrollar según las unidades de competencia y elementos curriculares establecidos en los programas, recordando que una planeación didáctica es un instrumento flexible que orienta la actividad en el aula. (SEP, 2009: 26)*

Como puede verse, se trata de las actividades que cualquier profesor debería desarrollar en cualquier modelo de instrumentación didáctica que se utilice. Finalmente, cuando se refiere más explícitamente a la integración del desarrollo de competencias en la planeación didáctica, el programa de estudios recomienda considerar:

- *Que las competencias genéricas son transversales a cualquier asignatura o contenido disciplinar, por lo tanto es conveniente analizar el impacto y la relación que cada una de ellas junto con sus atributos, pueden promoverse en esta asignatura. Entre estas competencias destacan las relativas a la comunicación a través de los diferentes medios, códigos y herramientas con los que tiene contacto el estudiante, el aprendizaje autónomo y el trabajo en equipo; las cuales podrán ser desarrolladas gracias al trabajo diario en el aula.*
- *El análisis de las competencias disciplinares que serán abordadas en cada asignatura, como parte de un campo de conocimiento, es de suma importancia y se recomienda tener una definición clara del alcance, pertinencia y relevancia de los conocimientos, habilidades, actitudes y valores que movilizan.*
- *La selección de situaciones didácticas, diseño de actividades de aprendizaje, escenarios pertinentes y selección de materiales diversos, deben considerar los intereses y necesidades de los estudiantes.*
- *Los indicadores de desempeño, buscan orientar la planeación didáctica mostrando algunos ejemplos de lo que se puede proponer en el aula.*
- *Finalmente, las evidencias de aprendizaje sugeridas, tienen el propósito de mostrar al docente diversas alternativas de evaluación, recordando que a lo largo del proceso de enseñanza y aprendizaje el estudiante genera evidencias de desempeño susceptibles de ser evaluadas. (SEP, 2009: 27)*

Las orientaciones anteriores se limitan, pues, a señalar la necesidad de que el responsable de diseñar las actividades que habrán de realizar los alumnos para que logren los aprendizajes esperados tome en cuenta el enfoque en competencias, que ha sido expuesto con claridad y coherencia, pero que se mantiene todavía en un nivel de generalidad que no ayuda a que los profesores emprendan ese diseño con recursos más concretos.

La conclusión es simple, pero entraña una responsabilidad que debiera asumirse conjuntamente entre las instituciones educativas (es decir, la comunidad toda, sus normas, sus planes y programas y, por supuesto, sus autoridades) y los profesores: **hoy no tenemos un marco de referencia claro y específico para diseñar un plan de clase con el enfoque centrado en competencias.** Necesitamos abordar esa tarea colectivamente, con la participación de los profesores mediante sus propuestas individuales y la discusión colegiada de su pertinencia y alcances, y con la orientación de las autoridades, que tienen la responsabilidad de encauzar los esfuerzos en el marco de una propuesta educativa que resulta no sólo válida y viable, sino necesaria para transformar la educación en miras a lograr la formación de jóvenes que puedan responder a las exigencias de su tiempo y de su circunstancia.

Como contribución a esa tarea, que resulta urgente pero que no puede cumplirse cabalmente con esfuerzos aislados, se proponen en el siguiente capítulo algunas actividades de aprendizaje que pueden ayudar a que los programas vigentes de Cálculo Diferencial e Integral I y II en el Colegio de Ciencias y Humanidades permitan el

desarrollo de las competencias matemáticas. La intención de este ejercicio es propiciar una discusión que sea parte de ese esfuerzo colectivo de transformación académica que requiere la educación centrada en competencias y, por medio de ella, la formación integral de los estudiantes de bachillerato.

VI. HACIA UN PROGRAMA DE CÁLCULO CON EL ENFOQUE EN EL DESARROLLO DE LAS COMPETENCIAS MATEMÁTICAS

a) El programa de Cálculo en el CCH

El Programa de Cálculo Diferencial e Integral I y II (en lo sucesivo diremos simplemente “Cálculo”) en el CCH tiene como orientación general ofrecer a los alumnos los conceptos y procedimientos básicos del Cálculo y complementar su formación matemática mediante el empleo de estrategias, la capacidad de resolución de problemas, y el desarrollo de habilidades y de diversas formas de razonamiento:

“En cuanto a la orientación global de ambos cursos, dado que es el primer contacto del alumno con esta rama de la matemática, el enfoque se centra en iniciar con situaciones y fenómenos de variación (de diversos contextos) que se modelan con una función real de variable real, para estudiarlos a través de su representación tabular, gráfica y algebraica, y con ello, dar significado a los conceptos, técnicas y procedimientos del cálculo que permiten otro nivel de análisis. Con esta orientación, no se pone el énfasis en la memorización de fórmulas y algoritmos (que constituyen una herramienta pero, por sí solos, no proporcionan una visión del poder del cálculo), ni en el tratamiento formal que corresponde a otro nivel de estudios”. (CCH, 2002: 4)

Los programas se han estructurado de modo que conforme el estudiante va adentrándose en los conocimientos relativos a todas y cada una de las unidades que

los integran, también deberá ir avanzando paulatinamente en el manejo de procesos infinitos, en el análisis de la variación y en la construcción e interpretación de modelos, además de reforzar su desempeño en las líneas de desarrollo metodológico correspondientes a los cuatro semestres previos:

- Aproximaciones al método de resolución de problemas
- Dominio del pensamiento algebraico
- Análisis lógico de argumentos
- Construcción de razonamientos
- Planteamiento de conjeturas a partir de descubrir patrones de comportamiento
- Manejo de transformaciones geométricas en el plano cartesiano (desplazamientos, contracciones, estiramientos, cambios de escala)
- Identificación de algoritmos y de relaciones entre algoritmos.

En consecuencia, y conforme a los principios educativos del Colegio,

“... más que privilegiar la memorización de un cúmulo de contenidos matemáticos (subdivididos en muchas ocasiones en múltiples casos y fórmulas especiales) y la repetición de definiciones o la práctica irreflexiva de algoritmos, interesa poner

*énfasis en el significado y manejo de conceptos y procedimientos, en el empleo de estrategias, en la integración de conocimientos, en el tránsito de un registro a otro y en el desarrollo de habilidades matemáticas, entre las que están: **Generalización** (percibir relaciones, formas y estructuras; distinguir lo relevante de lo irrelevante y lo común de lo diferente); **Formalizar “Material Matemático”** (operar con estructuras más que con el contexto de una situación, operar con numerales y símbolos, combinando reglas y estrategias); **Reversibilidad de Pensamiento** (invertir una secuencia de operaciones o un proceso de pensamiento); **Flexibilidad de Pensamiento** (disponibilidad para abandonar estereotipos o procedimientos en los que se ha tenido éxito para utilizar otros nuevos); **Visualización Espacial** (percibir esquemas geométricos contenidos en otros más complejos, o bien adelantar mentalmente el tipo de figura resultante al aplicar algún movimiento o transformación a una figura dada). (CCH, 2002: 5)*

El planteamiento de este programa tiene diferencias significativas con la visión que en los últimos 15 años ha venido ganando espacios en la enseñanza de las Matemáticas, en general, y del Cálculo, en particular, donde se acentúa el binomio conceptos-aplicación como propósito fundamental de la enseñanza. Veamos un par de ejemplos en este sentido:

- a) El programa de la DGB

En la introducción del programa de Cálculo Diferencial, formulado en 2006, se establece que la formación de estudiantes no puede delimitarse únicamente a la adquisición de conocimientos, de manera memorística o enciclopédica, y por eso se definen algunas líneas de orientación curricular con la finalidad de *“desarrollar las capacidades básicas que fortalezcan las estructuras del pensamiento y acción, esenciales para la formación integral del estudiante (...) a través de la selección de las actividades didácticas que se manejarán en diversos momentos”* (DGB, 2006: 4). Las líneas de orientación que a mi juicio se refieren más explícitamente a la enseñanza del Cálculo son las siguientes:

- **Desarrollo de habilidades de pensamiento:** se incluyen actividades como observar, comparar, relacionar o emplear razonamientos de tipo analítico, abstracto o analógico para la construcción de conceptos o el planteamiento y resolución de problemas.
- **Habilidades de comunicación:** las situaciones de aprendizaje en que se aplican pueden ser la exposición de un tema, la presentación de una investigación, la elaboración de reportes escritos, la lluvia de ideas o la discusión grupal para la construcción de conceptos.
- **Metodología:** está basada en la generación de un ambiente en el aula que facilite las estrategias de aprendizaje, con base en la aplicación de la teoría de límites y derivadas a la solución de problemas.

Una vez establecidas estas líneas de orientación curricular, se establece que el objetivo de la asignatura de Cálculo Diferencial de la DGB es el siguiente:

*“El estudiante resolverá problemas de límites y continuidad que conforman derivadas y diferenciales, **a partir de la generación de modelos matemáticos aplicados en una variedad de fenómenos** científicos derivados de las ciencias naturales, económico administrativas y sociales, **mediante la aplicación y desarrollo de los principios teóricos, reglas e interpretación gráfica sobre límites, razones de cambio y la derivada**, así como el cálculo de valores máximos y mínimos relativos y sus aplicaciones que se relacionan entre sí (sic), colaborando a generar un ambiente de aprendizaje colaborativo, reflexivo y analítico”* (DGB, 2006: 7; las negritas son mías).

b) El programa de la ENP

De acuerdo al Programa de Matemáticas VI (Cálculo Diferencial e Integral) de la Escuela Nacional Preparatoria, publicado en 1996, la enseñanza de las Matemáticas se orienta hacia un aprendizaje dirigido a la solución de problemas:

“Por medio de los contenidos propuestos, el alumno ahora conocerá, comprenderá y aplicará la simbología de las funciones, de las derivadas y de las integrales al

planteamiento, resolución e interpretación de problemas de ésta y otras disciplinas principalmente de la Física y de la Química, que se resuelven en términos de una derivada o una integral. La aplicación de esta metodología privilegia el trabajo en el aula, ya que el profesor identificará con el grupo problemas "tipo", posibles de resolver con el paradigma en cuestión” (ENP, 1996: 2).

Esta metodología parte del planteamiento de problemas simples que irán aumentando su complejidad en el tratamiento de un mismo tema; para cada problema el profesor establecerá mecanismos de análisis de los componentes conceptuales y operativos del problema en cuestión, a fin de que el alumno, en lo posible, lo racionalice, identifique sus elementos y las relaciones entre ellos, y finalmente encuentre sus posibilidades de representación, de solución, y de interpretación, por lo que la tendencia metodológica de este programa es constituirse en una etapa intermedia del desarrollo curricular de la enseñanza de las Matemáticas en el bachillerato y de tránsito progresivo de una enseñanza lineal y algorítmica a una enseñanza de construcción.

La concepción de la ENP en relación a la enseñanza del Cálculo se manifiesta con más claridad en la descripción de las tareas que le corresponden al profesor en el aula:

- *“Para evaluar los alcances de este método de trabajo se hace necesario que el profesor luego de plantear y analizar problemas y procedimientos de solución con el grupo, supervise, en clase, la parte operativa de la ejecución y*

proporcione retroalimentación al alumno, sobre las operaciones correspondientes.

- *Iniciar a los alumnos en el conocimiento, la comprensión y las aplicaciones del cálculo diferencial e integral, así adquirirán la preparación matemática básica para acceder al estudio de una licenciatura en el área de las Ciencias: Físico-Matemáticas, Ingenierías, Químicas, Biológicas y de la salud.*
- *Fomentar en los educandos su capacidad de razonamiento lógico, su espíritu crítico y su deseo de investigar y adquirir nuevos conocimientos para plantear, resolver e interpretar numerosos problemas de aplicación en la misma Matemática, en la Física, en la Química y en otras disciplinas” (ENP, 1996: 2).*

El programa de Cálculo de la ENP tiene como propósito explícito contribuir a la formación integral del alumno a través del desarrollo de su capacidad *“para aplicar lo que ha aprendido en el planteamiento y resolución de problemas en ésta y otras disciplinas, (así como) en actividades cotidianas para mejorar su calidad de vida y la de los demás”* (ENP, 1996: 2).

Las diferencias más notables entre los tres programas mencionados se pueden apreciar en la siguiente tabla, en la que se han sintetizado y clasificado:

	CCH	DGB	ENP
OBJETIVO GENERAL	Ofrecer a los alumnos los conceptos y procedimientos básicos del Cálculo y desarrollar su capacidad para resolver problemas y emplear diversas formas de razonamiento.	Contribuir al desarrollo de las capacidades que permitan al estudiante incorporarse de manera competente a los estudios de nivel superior y, en consecuencia, desarrollar los procesos lógicos orientados al análisis y explicación de diversos fenómenos naturales y sociales.	Que los estudiantes conozcan, comprendan y apliquen la simbología de las funciones, las derivadas y las integrales al planteamiento, resolución e interpretación de problemas de ésta y otras disciplinas, principalmente de la Física y de la Química, que se resuelven en términos de una derivada o una integral.
ORIENTACIÓN DEL CURSO	Más que privilegiar la memorización de un cúmulo de contenidos matemáticos y la repetición de definiciones o la práctica irreflexiva de algoritmos, interesa poner énfasis en el significado y manejo de conceptos y procedimientos, en el empleo de estrategias, en la integración de conocimientos, en el tránsito de un registro a otro y en el desarrollo de habilidades matemáticas	Con la finalidad de desarrollar las capacidades básicas que fortalezcan las estructuras del pensamiento y acción, esenciales para la formación integral del estudiante, se proponen líneas de orientación como: <ul style="list-style-type: none"> • Desarrollo de habilidades de pensamiento • Habilidades de comunicación • Metodología 	Iniciar a los alumnos en el conocimiento, la comprensión y las aplicaciones del cálculo diferencial e integral. Fomentar en los educandos su razonamiento lógico, su espíritu crítico y su deseo de investigar y adquirir nuevos conocimientos para plantear, resolver e interpretar numerosos problemas de aplicación.

METODOLOGÍA	<p>Iniciar con situaciones y fenómenos de variación (de diversos contextos) que se modelan con una función real de variable real, para estudiarlos a través de su representación tabular, gráfica y algebraica, y con ello, dar significado a los conceptos, técnicas y procedimientos del cálculo que permiten otro nivel de análisis.</p>	<p>Resolver problemas a partir de la generación de modelos matemáticos aplicados en una variedad de fenómenos científicos derivados de las ciencias naturales, económico administrativo y sociales, mediante la aplicación y desarrollo de los principios teóricos y los procedimientos propios del Cálculo Diferencial e Integral.</p>	<p>Partir del planteamiento de problemas simples que irán aumentando su complejidad; para los cuales el profesor establecerá mecanismos de análisis de los componentes conceptuales y operativos, a fin de que el alumno los racionalice, identifique sus elementos y las relaciones entre ellos, y finalmente encuentre sus posibilidades de representación, de solución, y de interpretación.</p>
-------------	---	---	---

El informe publicado en 2003 por el Programa para la Evaluación Internacional de los Estudiantes presenta un análisis sobre la competencia en Matemáticas (ver PISA, 2003) que ofrece un marco de referencia para evaluar el potencial de las propuestas curriculares descritas arriba, en particular la del CCH.

Los elementos fundamentales de dicho análisis son los siguientes:

- A. La Competencia en Matemáticas se refiere a la capacidad de los estudiantes para analizar, razonar y comunicar eficazmente sus ideas al tiempo que se plantean, formulan, resuelven e interpretan problemas matemáticos en una variedad de contextos.

- B. Una habilidad crucial implícita en esta noción de la competencia matemática es la capacidad de plantear, formular, resolver, e interpretar problemas empleando las matemáticas dentro de una variedad de situaciones y contextos. Estos contextos van desde los puramente matemáticos a aquellos que no presentan ninguna estructura matemática aparente (en este caso la persona debe introducir ella misma la estructura matemática).
- C. Considerar las matemáticas como un lenguaje, implica que los estudiantes deben aprender los elementos fundamentales del discurso matemático (los términos, signos, símbolos, procedimientos, habilidades, etc.) y saber aplicarlos para resolver problemas en una variedad de situaciones entendidas en términos de su función social.
- D. La “matematización” de un problema consiste en los siguientes aspectos:
1. Se parte de un problema del mundo real.
 2. Se formula el problema en términos de conceptos matemáticos.
 3. Gradualmente se abstrae de la realidad a través de procesos tales como hacer supuestos sobre cuáles aspectos del problema son importantes, la generalización del problema y su formalización (estos aspectos permiten

transformar el problema real en un modelo matemático que representa la situación).

4. Se resuelve el problema en los términos del modelo matemático.
5. Se hace interpreta la solución matemática en términos de la situación real.

El siguiente diagrama muestra las relaciones entre los cinco aspectos del proceso de matematización (PISA, 2003: 4):

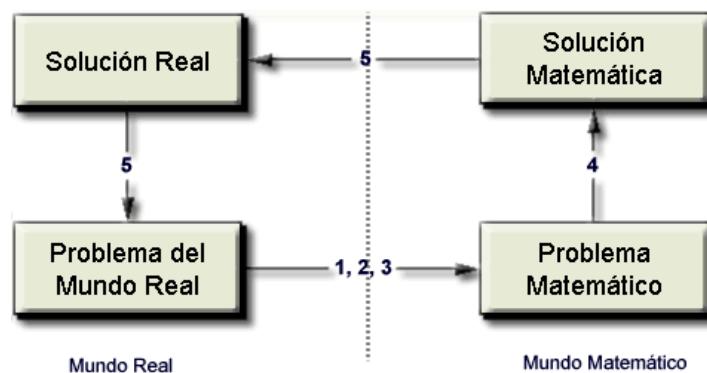


Diagrama 1.1: El Ciclo de "Matematización"

En esta perspectiva es notable el énfasis en que los procesos matemáticos inician con situaciones reales, que se transforman en modelos matemáticos en los que se desarrollan procedimientos que conducen a una solución, que a su vez será interpretada en los términos de la situación real.

Los programas de Cálculo referidos no tienen el mismo énfasis, pues aunque consideran la importancia de desarrollar la capacidad de resolver problemas, anteponen *“el significado y (el) manejo de conceptos y procedimientos, en el empleo de estrategias, en la integración de conocimientos, en el tránsito de un registro a otro y en el desarrollo de habilidades matemáticas”* (CCH), o el desarrollo de *“las capacidades básicas que fortalezcan las estructuras del pensamiento y acción, esenciales para la formación integral del estudiante”* (DGB), o *“el conocimiento, la comprensión y las aplicaciones del cálculo diferencial e integral”* (ENP).

La diferencia puede ser sutil, pero no es menor: las principales propuestas curriculares del bachillerato mexicano se mueven en el binomio conceptos-aplicación, destacando la importancia de una comprensión adecuada y reflexiva de los conceptos, que vaya más allá de la reproducción mecánica de procedimientos, pero dejan el mayor peso específico en el ámbito conceptual.

Un signo promisorio de cambio en esta concepción puede encontrarse en una publicación reciente de la UNAM, la Enciclopedia de Conocimientos Fundamentales, realizada con el propósito de servir *“como referencia y fuente básica de los saberes que como mínimo requiere todo individuo en materia de ciencias, de humanidades, de ciencias sociales, de lenguas y de matemáticas”* (UNAM, 2010: vii). En el volumen 5, dedicado a las matemáticas, la física y la computación, se afirma que

“La concepción moderna de las matemáticas que dominó el pensamiento durante el siglo XX, está basada en la idea de que éstas no tratan con ninguna realidad sino con objetos abstractos, las relaciones entre ellos –que se postulan como axiomas- y las consecuencias lógicas que pueden deducirse de estos últimos. Si aceptamos esta idea, la geometría, como parte de las matemáticas, no podría tratar sobre el espacio. Pero a lo largo de muchos siglos, el hombre intentó modelar y comprender su entorno apoyándose para ello en las matemáticas y concibiéndolas como el lenguaje adecuado para explicar las propiedades y el comportamiento del mundo que le rodea.

”Quizá el punto de vista formalista representa en sentir mayoritario de la comunidad académica matemática y, sin embargo, no explica la increíble eficacia de las matemáticas para modelar la realidad, sus componentes y sus leyes... Tampoco explica la gran utilidad de las matemáticas para representar, plantear y resolver problemas prácticos en el ámbito de la actividad humana en general. El formalismo da cuenta de una parte de la actividad matemática, pero ignora por completo las relaciones de las matemáticas con las ciencias y su utilidad social”
(Bracho et al., 2010: 125-126).

Que una obra dirigida especialmente a los estudiantes de bachillerato recupere el valor de las matemáticas como respuesta a las necesidades de las ciencias y “de la actividad humana en general”, las sitúa claramente en el ámbito de una formación integral, rescatándolas del carácter predominantemente abstracto con que se ha querido

revestirlas en el mundo académico. Ese enfoque revalora la enseñanza de las matemáticas como contribución al desarrollo de las capacidades que se requieren para enfrentar inteligentemente las situaciones que los diversos contextos plantean a los jóvenes, es decir, de las competencias. Cabe entonces poner el énfasis en esta perspectiva, y a eso se dirige el siguiente apartado.

PROPUESTAS PARA LA ADECUACIÓN DEL PROGRAMA DE CÁLCULO DEL CCH CON EL ENFOQUE CENTRADO EN EL DESARROLLO DE LAS COMPETENCIAS MATEMÁTICAS

Para acercar el programa vigente de Cálculo en el CCH al enfoque de competencias se presentan aquí algunas propuestas que pretenden mostrar que las diferencias se pueden reducir significativamente con algunas adecuaciones al enunciado de los propósitos y los enfoques y, sobre todo, con la inclusión de estrategias de enseñanza que recuperen la importancia de iniciar el planteamiento de las unidades temáticas con algún problema del mundo real:

1. Propósitos del curso

PROGRAMA VIGENTE

PROPUESTA

(CCH, 2002: 13, 25)

<i>Al finalizar (los cursos) de cálculo, a</i>	<i>Al finalizar los cursos de Cálculo, a</i>
--	--

través de las diversas actividades encaminadas al desarrollo de habilidades y a la comprensión de conceptos y procedimientos, el alumno:

través de las diversas actividades encaminadas al **desarrollo de las competencias matemáticas del alumno, es decir, de su capacidad para analizar, razonar y comunicar eficazmente sus ideas al tiempo que se plantean, formulan, resuelven e interpretan problemas matemáticos en una variedad de contextos.**

Incrementa su capacidad de resolver problemas al adquirir nuevas técnicas para representar e interpretar situaciones y fenómenos que involucran variación.

Desarrolla su capacidad de **formular situaciones y problemas reales** que involucran variación **en términos de relaciones y conceptos matemáticos.**

Adquiere una visión del concepto de límite, a través del análisis de la representación tabular y gráfica de procesos infinitos, tanto discretos como continuos.

Adquiere una visión del concepto de límite, a través del análisis de la representación tabular y gráfica de procesos infinitos, tanto discretos como continuos.

Relaciona a la derivada de una función con un proceso infinito que permite estudiar las características de la variación y de la rapidez de cambio.

Comprende la derivada de una función como estudio de la variación y de la rapidez de cambio de la misma, a través de un proceso que logra exactitud cuando se desarrolla como proceso infinito.

Maneja de manera integrada las diversas interpretaciones de la derivada y las utiliza para obtener y analizar información sobre una función.

Utiliza las diversas interpretaciones de la derivada para obtener y analizar información sobre una función.

Utiliza adecuadamente las técnicas de derivación y ubica a las fórmulas como un camino más eficaz de obtener la derivada de una función.

Utiliza adecuadamente las técnicas de derivación y ubica a las fórmulas como un camino más eficaz de obtener la derivada de una función.

Aplica la derivada de una función para resolver problemas de razón de cambio y de optimización.

Aplica la derivada de una función para resolver **problemas de optimización.**

Avanza en la comprensión y manejo de la derivada, al estudiarla en funciones exponenciales, logarítmicas y trigonométricas.

(Se omite para dar tiempo suficiente al desarrollo de la capacidad de formular problemas en términos matemáticos.)

<i>Comprende la relación entre la derivada y la integral que se sintetiza en el Teorema Fundamental del Cálculo.</i>	Comprende la relación entre la derivada y la integral como funciones inversas, a través del Teorema Fundamental del Cálculo.
<i>Utiliza adecuadamente las fórmulas de integración, así como los métodos de sustitución e integración por partes.</i>	Utiliza adecuadamente las fórmulas de integración, así como los métodos de sustitución e integración por partes.
<i>Relaciona a la integral definida de una función con el área bajo una curva y comprende que puede obtenerse mediante la antiderivada o con un proceso infinito de aproximaciones numéricas.</i>	Relaciona a la integral definida de una función con el área bajo una curva y comprende que puede obtenerse mediante la antiderivada o con un proceso infinito de aproximaciones numéricas.
<i>Integra las diversas interpretaciones de la integral y las utiliza para resolver problemas relacionados con la rapidez de cambio y con el cálculo del área bajo una curva.</i>	Utiliza las diversas interpretaciones de la integral para resolver problemas relacionados con la rapidez de cambio y con el cálculo del área bajo una curva..

2. Enfoque didáctico

PROGRAMA VIGENTE	PROPUESTA
(CCH, 2002: 13, 25)	
Como en el CCH un aspecto fundamental es la búsqueda del desarrollo de habilidades de pensamiento (en contraposición al estudio de un gran cúmulo de contenidos) que permitan al estudiante adquirir por su cuenta nuevos conocimientos, se plantea que en la puesta en práctica de estos programas, la enseñanza considere:	
Introducir el estudio de contenidos mediante el planteamiento de situaciones o problemas que no contemplen de inicio fuertes dificultades	Introducir el estudio de contenidos mediante el planteamiento de situaciones o problemas que permitan aproximarse al modelo matemático

operatorias, de modo que la atención pueda centrarse en el concepto, el procedimiento o las características y propiedades que se van a estudiar.

de una situación real adecuado a la unidad temática, de modo que la atención pueda centrarse en **la relación entre la situación y el modelo matemático que se va a abordar mediante** el concepto, el procedimiento o las características y propiedades que se van a estudiar.

Analizar los enunciados de los diferentes problemas planteados, de manera conjunta estudiante-profesor, con la finalidad de que el alumno adquiera paulatinamente esta habilidad y con el tiempo sea capaz de realizarla de manera independiente.

Formular algunos problemas matemáticos vinculados a situaciones reales de manera conjunta estudiante-profesor, con la finalidad de que el alumno adquiera paulatinamente esta habilidad y con el tiempo sea capaz de realizarla de manera independiente.

Proporcionar diversos ejemplos, con la intención de presentar numerosas oportunidades para que el alumno atienda el desarrollo conceptual, practique los procedimientos básicos y entienda la mecánica de los mismos a partir de ideas o estrategias unificadoras.

Promover la formación de significados de los conceptos y procedimientos, cuidando que éstos surjan como necesidades del análisis de situaciones o de la resolución de problemas, y se sistematicen y complementen finalmente, con una actividad práctica de aplicación en diversos contextos. Las precisiones teóricas se establecerán cuando los alumnos dispongan de la experiencia y los ejemplos suficientes para garantizar su comprensión.

Promover la formación de significados de los conceptos y procedimientos, cuidando que éstos **reflejen el** análisis de situaciones o de la resolución de problemas, y se **vinculen finalmente al problema real del que se partió para construir el concepto.**

Propiciar el tránsito entre distintas formas de representación matemática, enfatizando los procesos algorítmicos de la representación algebraica a través de la manipulación de los registros tabular y gráfico para que la algoritmia tenga mayor significado.

Enfatizar las conexiones entre diversos conceptos, procedimientos, métodos y ramas de la matemática.

Fomentar el trabajo en equipos para: la exploración de características, relaciones y propiedades tanto de conceptos como de procedimientos; la discusión razonada; la comunicación oral y escrita de las observaciones o resultados encontrados.

3. Estrategias de enseñanza

Los programas de Cálculo I y II hacen la siguiente distribución de unidades temáticas:

Cálculo I	Cálculo II
a) Procesos infinitos y la noción de límite	b) Derivada de funciones trascendentes
c) La derivada: estudio de la variación y el cambio	d) La integral como antiderivada
e) Derivación de funciones algebraicas	f) La integral definida
g) Comportamiento gráfico y problemas de optimización	h) Modelos y predicción

En este apartado se proponen estrategias de enseñanza para abordar las unidades 2 y 4 de Cálculo I, así como la unidad 3 de Cálculo II, de forma que se pueda visualizar una aproximación al enfoque centrado en competencias:

La derivada: estudio de la variación y el cambio

En el Programa de Cálculo Diferencial e Integral vigente en el CCH, se establece como propósito de esta unidad temática el siguiente: *“Analizar la variación y la razón de cambio mediante problemas cuyos modelos sean funciones polinomiales de primer,*

segundo o tercer grado para construir el concepto de derivada con apoyo de procesos infinitos y la noción de límite” (CCH, 2002: 15).

Para lograr ese propósito se propone la siguiente organización del trabajo escolar:

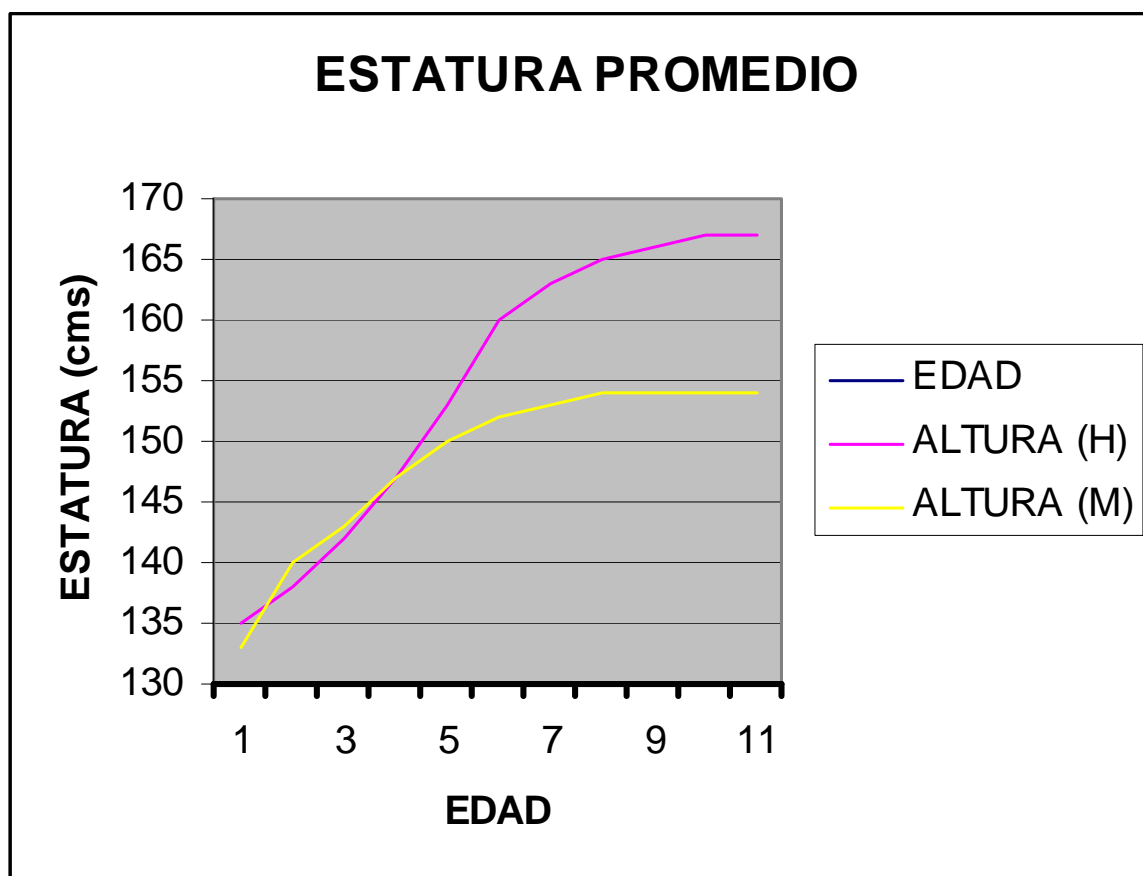
APRENDIZAJES	ESTRATEGIAS	TEMÁTICA
<p>El alumno:</p> <p>Explica el significado de la pendiente de una función lineal en el contexto de un problema dado.</p> <p>Elabora una tabla, dibuja la gráfica y construye una expresión algebraica asociadas al estudio de problemas cuyos modelos sean funciones polinomiales de primero, segundo o tercer grado.</p> <p>Identifica que una función lineal tiene variación constante, en intervalos del mismo tamaño.</p> <p>Identifica que en una función cuadrática, el cambio del cambio es constante en intervalos del mismo tamaño.</p> <p>Infiere que el n-ésimo</p>	<p>Presentar problemas cuyo modelo sea una función lineal con el objetivo de estudiar el significado de la pendiente; éstos pueden ser de velocidad, temperatura, costo, entre otros. Los problemas podrán modelarse a través de una tabla, su gráfica y su forma algebraica.</p> <p>En la representación tabular es conveniente tomar valores de la variable independiente igualmente espaciados, para calcular la diferencia de las imágenes y establecer relaciones con la representación gráfica y la algebraica.</p> <p>En la representación tabular, para modelos cuadráticos y cúbicos, calcular las diferencias de las diferencias, hasta que por primera vez sean constantes y establecer relaciones con las representaciones gráfica y algebraica.</p> <p>A través de problemas como el de caída libre, iniciar el análisis de la velocidad promedio en un intervalo de tiempo y con ayuda de los procesos infinitos</p>	<p>Estudio de la variación:</p> <p>Situaciones que se modelan con funciones polinomiales de 1°, 2° y 3° grado.</p> <p>La representación de su variación en forma tabular, gráfica y algebraica.</p> <p>Comparación de la razón de los cambios en intervalos del mismo tamaño.</p> <p>Cambios de los cambios.</p> <p>Razón de cambio, medición de la variación.</p> <p>La pendiente de la función lineal como</p>

<p>cambio es constante para funciones polinomiales de grado n.</p>	<p>aproximarse a la velocidad instantánea en un punto; la gráfica de la función y su tabla ayudará al análisis de dichos problemas.</p>	<p>razón de cambio constante en el contexto del problema.</p>
<p>Calcula la razón de cambio de una función polinomial, en un intervalo dado.</p>	<p>En problemas cuyo modelo sea una función de segundo grado, analizar su razón de cambio en un intervalo, y posteriormente calcular la razón de cambio instantánea. En el análisis de la razón de cambio instantánea es conveniente utilizar la noción de límite como una herramienta.</p>	<p>Razón de cambio promedio en intervalos del mismo tamaño de funciones polinomiales de segundo y tercer grado.</p>
<p>Utiliza procesos infinitos como un camino para obtener la razón de cambio instantánea de una función polinomial y la interpreta como un límite.</p>	<p>Analizar la razón de cambio en un intervalo y la razón de cambio instantánea en problemas que se modelen con funciones polinomiales de tercer grado, por ejemplo; la razón de cambio del volumen en una caja.</p>	<p>La razón de cambio promedio en el contexto del problema.</p>
<p>Identifica a la derivada de una función polinomial de primero, segundo y tercer grado en un punto, como el límite de las razones de cambio promedio.</p>	<p>Una vez que se haya realizado el análisis de la razón de cambio en diferentes problemas y haber trabajado las razones de cambio instantáneas como un proceso infinito, definir la derivada de una función y calcular derivadas para polinomios.</p>	<p>La razón de cambio instantánea en el contexto del problema.</p>
<p>Calcula la derivada de funciones polinomiales a través del límite:</p>	<p>Una vez que se haya realizado el análisis de la razón de cambio en diferentes problemas y haber trabajado las razones de cambio instantáneas como un proceso infinito, definir la derivada de una función y calcular derivadas para polinomios.</p>	<p>Concepto y notación de derivada. Representación algebraica.</p>
$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}$		

Aunque en esta unidad temática se proponen estrategias que inician con un problema real, conviene insistir en la importancia de no perder a éste como referencia de todo el

proceso. En la planeación didáctica de la unidad el énfasis se desplaza rápidamente al análisis de las funciones polinomiales, con lo que se corre el riesgo de desarrollar el trabajo únicamente en el terreno de la abstracción. Para evitarlo, se propone una estrategia que no pierde la referencia a un problema concreto en el desarrollo de toda la unidad, que consiste en el análisis de la variación del crecimiento:

En la siguiente gráfica se muestra una idea del crecimiento de los jóvenes mexicanos de acuerdo a su edad y estatura promedio:



- I. ¿Cómo describes la diferencia entre los crecimientos de las mujeres y los hombres a partir de los 12 años?
- II. ¿Qué característica de las gráficas permite establecer la diferencia entre los crecimientos con mayor precisión?
- III. ¿Cómo se puede abordar la variación de esa característica?
- IV. ¿Cómo varía esa característica para hombres y mujeres en los siguientes intervalos de edad:
 1. 10 a 12 años?
 2. 12 a 15 años?
 3. 15 a 18 años?
 4. 18 a 20 años?

A partir de las respuestas, se puede conducir una reflexión sobre el significado de la derivada de una función lineal como pendiente de la tangente a su gráfica en un punto cualquiera, y después desarrollar esa idea como proceso de límite de la entre el incremento de la función y el de la variable, cuando este último tiende a 0.

Un problema de optimización: el costo mínimo de las líneas de transmisión de la electricidad

En el Programa de Cálculo se establece el siguiente propósito para la unidad temática dedicada a los problemas de optimización:

“Analizar las relaciones existentes entre la gráfica de una función y sus derivadas para obtener información sobre el comportamiento de la función; utilizar dicha información para resolver problemas de optimización” (CCH, 2002: 22)

Para lograr ese propósito, se propone la siguiente organización del trabajo escolar:

APRENDIZAJES	ESTRATEGIAS	TEMÁTICA
El alumno: Infiere a través de un análisis gráfico, las relaciones existentes entre la gráfica de una función y sus dos primeras derivadas: signo	Es conveniente aprovechar el conocimiento adquirido en los cursos anteriores sobre las funciones cuadráticas. En particular, las funciones $f(x) = x^2$, $f(x) = -x^2$ ayudan a comprender tanto lo que es un punto máximo ó mínimo, al vincular el	Situaciones que propician el análisis de las relaciones entre la gráfica de una función y sus derivadas.

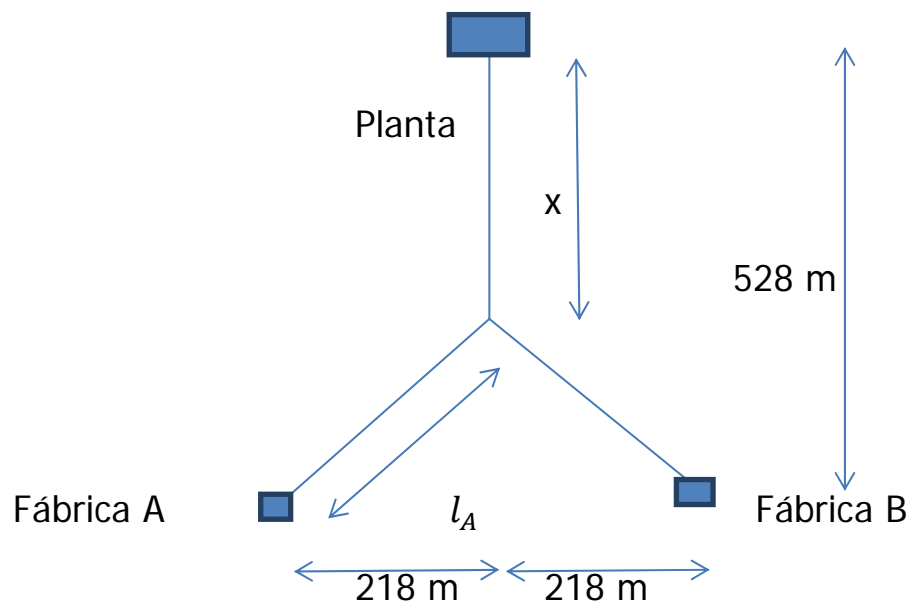
<p>de la primera derivada asociada con crecimiento o decrecimiento de la función, derivada nula con puntos críticos, signo de la segunda, con concavidad y segunda derivada nula con un posible cambio de concavidad.</p>	<p>comportamiento gráfico de la función (creciente o decreciente) con el signo de la pendiente de las tangentes (positivo, negativo), como la noción de punto crítico (derivada cero). Esto ayuda a establecer el criterio de la primera derivada.</p>	<p>Comportamiento gráfico de una función.</p>
<p>Bosqueja la gráfica de la derivada de una función dada la gráfica de la misma.</p>	<p>Con la función $f(x) = x^3$ se muestra la insuficiencia de la condición de que un punto crítico debe ser máximo o mínimo; lo que permite introducir el concepto de punto de inflexión.</p>	<p>Crecimiento y decrecimiento de funciones.</p>
<p>Determina gráfica y algebraicamente los intervalos en donde una función es creciente, decreciente o constante.</p>	<p>Es conveniente después de analizar, identificar y definir gráficamente punto crítico y concavidad, obtener máximos, mínimos y puntos de inflexión en forma algebraica.</p>	<p>Puntos críticos.</p>
<p>Determina los puntos críticos de una función y los clasifica en máximos, mínimos o inflexiones.</p>	<p>Una vez que el alumno ha comprendido el significado de máximo, mínimo y punto de inflexión, a través de la primera derivada, es conveniente para estudiar la</p>	<p>Concavidad.</p>
<p>Analiza el tipo de concavidad de la función a partir del signo de la segunda derivada.</p>	<p>concavidad, utilizar alguna función de tercer grado que tenga un máximo y un mínimo, por ejemplo $f(x)=x^3 -12x$.</p>	<p>Máximos y mínimos, criterio de la 1ª y 2ª derivada.</p>
<p>Grafica una función analizando la información que proporcionan su primera y segunda derivada.</p>	<p>Realizar el análisis gráfico del comportamiento por intervalos tanto de la función como de la primera y segunda derivada para obtener las relaciones entre todas ellas y concluir con el criterio de la</p>	<p>Puntos de inflexión.</p>
<p>Comprende que los</p>	<p>Realizar el análisis gráfico del comportamiento por intervalos tanto de la función como de la primera y segunda derivada para obtener las relaciones entre todas ellas y concluir con el criterio de la</p>	<p>Gráfica de $f(x)$ a partir de las gráficas de $f'(x)$ y $f''(x)$ y viceversa.</p>

<p>critérios de la primera y segunda derivada, sintetizan el análisis realizado entre las gráficas de f, f' y f''.</p>	<p>segunda derivada. Mostrar con este tipo de ejemplos (polinomios de grado tres o mayor) que el criterio de la segunda derivada es más práctico que el otro.</p>	
<p>Resuelve problemas que involucran máximos y mínimos de una función.</p>	<p>Conviene construir el bosquejo de la gráfica de la derivada a través de la gráfica de la función y viceversa, ya que permite al alumno (en el estudio posterior de la antiderivada) asociar la forma de la curva con el significado geométrico de la derivada.</p>	
	<p>Finalmente, hacer ver que dada la gráfica de una función o la de su derivada, se obtiene información sobre el comportamiento gráfico de la otra.</p>	
	<p>En cuanto a los problemas de optimización, es conveniente iniciar con problemas cuyo modelo no sea difícil de representar como una función real de variable real, y utilizar en primera instancia, su gráfica para hacer predicciones.</p>	<p>Problemas de optimización</p>

Esta propuesta pone el énfasis en el análisis de las gráficas de las funciones y de sus respectivas derivadas, y después aplica los resultados del análisis en los problemas de optimización. Desde la perspectiva que se ha presentado arriba, resultaría más conveniente iniciar el tema con el planteamiento de un problema real, y conducir su

análisis de forma que se puedan apreciar las ventajas que tiene resolverlo por medio del análisis de sus puntos críticos.

Para ese efecto, se propone aquí un problema que consiste en determinar cuál es la mínima longitud de las líneas de transmisión eléctrica para suministrar energía desde la planta generadora hasta dos fábricas que se encuentran localizadas de acuerdo al siguiente croquis:



Para abordar el problema conviene hacer un análisis de lo que sucede con la longitud de la línea de transmisión para diferentes valores de “x”, que es la distancia que hay desde la planta generadora hasta el punto donde se bifurca la transmisión hacia las dos fábricas, comenzando para un valor de $x = 0$, que implica hacer la bifurcación desde la misma planta, hasta un valor de $x = 528$, que implica hacer la bifurcación hasta la perpendicular que sale hacia las dos fábricas:

x	$l_A = \sqrt{(528 - x)^2 + (218)^2}$	$l_{Total} = x + 2l_A$
0	571.23	1142.47
100	480.32	1060.64
200	393.84	987.68
300	315.45	930.90
400	252.80	905.60
500	219.79	939.58
528	218.00	964.00

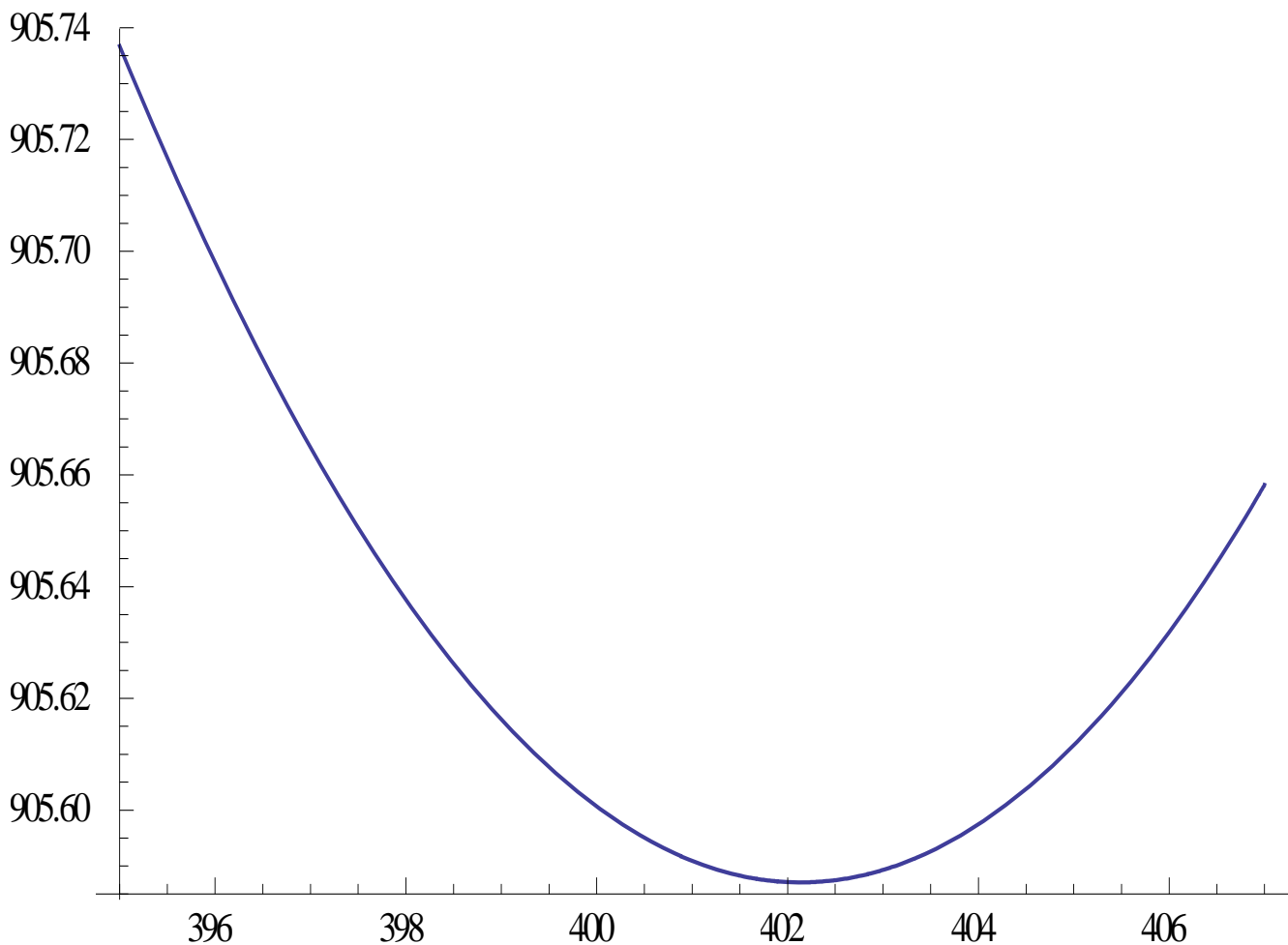
En este primer análisis, se puede apreciar que la longitud mínima de la línea de transmisión se obtiene para $X = 400$; sin embargo, es posible que un valor cercano a éste nos condujera a una longitud total aún menor. Veamos:

x	$l_A = \sqrt{(528 - x)^2 + (218)^2}$	$l_{Total} = x + 2l_A$
397	254.33	905.66
398	253.82	905.64
399	253.31	905.62
400	252.80	905.60
401	252.30	905.591
402	251.79	905.587
403	251.29	905.589
404	250.80	905.60

Para efectos prácticos, el análisis tabular nos muestra que con una longitud de 400 m antes de la bifurcación se logra la longitud total mínima, pues la diferencia con los valores más cercanos es de apenas un centímetro. Sin embargo, en sentido estricto, el análisis nos muestra que hay un valor de “X” para el cual la longitud total es la mínima

posible. Si graficamos el comportamiento de la función para valores de X cercanos a 400, podríamos apreciar visualmente lo que nos muestra la tabla:

GRÁFICA DE LA FUNCIÓN $l_T = x + 2\sqrt{(528 - x)^2 + 218^2}$



El análisis gráfico resalta el significado del comportamiento de la primera derivada y, particularmente, de sus puntos críticos, es decir, de aquellos valores de X para los cuales la derivada es igual a 0 o no existe. A partir de esta conclusión, obtenida a

través del trabajo con un problema real, tiene significado la construcción de un modelo matemático obtenido con la derivada de la función que se pretende optimizar.

Una aproximación al concepto de integral definida

En el Programa de Cálculo Diferencial e Integral vigente en el CCH, se establecen como propósitos de la unidad temática dedicada a la Integral Definida los siguientes:

1. Introducir el concepto de integral definida como una función-área para construir su significado.
2. Relacionar los conceptos de derivada e integral en la formulación del Teorema Fundamental del Cálculo

Para lograrlos se propone la siguiente organización del trabajo escolar:

APRENDIZAJES	ESTRATEGIAS	TEMÁTICA
<p>El alumno:</p> <p>Explora en forma numérica, gráfica o algebraica las condiciones de una situación dada.</p>	<p>Se sugiere que los alumnos conozcan algunas lecturas sobre el desarrollo histórico del cálculo de áreas y sobre el surgimiento de la integral.</p> <p>Se propone iniciar con problemas que involucren el cálculo de distancia, trabajo, presión, entre otros, de modo que los alumnos</p>	<p>Situaciones que se representan mediante áreas:</p> <ul style="list-style-type: none"> • El área bajo la gráfica de una función constante o lineal.

<p>Identifica que el comportamiento de la rapidez de cambio asociada a la situación, se puede modelar a través del esquema:</p> $\frac{dF}{dt} = kF$ <p>Reconoce que para obtener la función que modela el problema tiene que recurrir a la integral para obtener una antiderivada.</p>	<p>analicen la gráfica de la función constante o lineal asociada y perciban que dichos problemas se resuelven al calcular el área bajo la gráfica de esa función.</p> <p>Se sugiere que se proceda a calcular el área bajo la gráfica de funciones del tipo $f(t) = c$, $f(t) = t$, $f(t) = at + b$ en intervalos cerrados de la forma $a \leq x \leq b$, para encontrar la función área asociada.</p> <p>Presentar por ejemplo, el problema de caída libre y preguntar por la distancia recorrida con el objetivo de interpretar la solución como un área.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • El área como una función $A(x)$. • La función área como una antiderivada. • Interpretación de áreas bajo la curva de funciones polinomiales.
<p>Reconoce a la aproximación numérica como un método general para calcular el área bajo una curva.</p>	<p>Con respecto a la representación del área desde a hasta x bajo la gráfica de $f(x)$, se sugiere incorporar la notación $A(x) = \int_a^x f(t)dt$.</p>	<p>La integral definida:</p>
<p>Asocia el método de aproximación numérica para calcular un área con un proceso infinito.</p>	<p>Para iniciar la aproximación numérica, es útil proponer a los alumnos la gráfica de una función sin darles su representación analítica, pedirles que calculen el área bajo la curva en un intervalo dado e inducirlos para que obtengan una aproximación al área a través de la suma de las áreas de los cuadrados de la cuadrícula de su cuaderno.</p>	<ol style="list-style-type: none"> 1. Aproximación numérica al cálculo del área bajo la gráfica de una 2. función, mediante rectángulos. 3. Definición. 4. Propiedades.
<p>Analiza el comportamiento del proceso infinito asociado a la aproximación numérica para conocer si tiene un valor límite y cuál es éste.</p>	<p>Conviene utilizar particiones que den lugar a segmentos de la misma longitud, en los ejemplos para el ilustrar el método de</p>	

<p>Aproxima el área bajo una curva utilizando sumas de áreas.</p>	<p>aproximación numérica al cálculo de áreas con funciones del tipo $f(x) = x^n$.</p>	
<p>Valora las ventajas de la existencia de una antiderivada para encontrar la integral definida.</p>	<p>En el proceso de aproximar áreas bajo la gráfica de funciones del tipo $f(x) = x^n$ es conveniente que los alumnos construyan una tabla y con base en ella, analicen la tendencia de las sumas de las áreas retomando la noción de proceso infinito visto en la unidad 1 de Cálculo I. Contribuye a esto, dejar de tarea que hagan el cálculo con particiones más finas utilizando <i>Excel</i>.</p>	
<p>Comprende la interrelación que se establece en el Teorema Fundamental del Cálculo.</p>	<p>Conviene utilizar un ejemplo que les permita visualizar la relación entre la función área, la antiderivada y la integral como límite de sumas para enunciar (sin demostrar) lo que establece el Teorema Fundamental del Cálculo.</p>	
<p>Aplica el Teorema Fundamental del Cálculo.</p>	<p>A partir de la forma en que se ha llegado al Teorema Fundamental del Cálculo, le resultará claro al alumno interpretar a la integral definida como:</p>	<p>Teorema Fundamental del Cálculo:</p>
<p>Calcula el área entre dos curvas.</p>	$\int_a^b f(x) = F(b) - F(a),$ <p>donde F es cualquier antiderivada de f.</p>	<p>a) La función área como antiderivada.</p>
	<p>Es importante hacer ejercicios de aplicación que incluyan áreas entre curvas, trazar sus gráficas y calcular las integrales respectivas. También es útil, retomar alguno de los problemas sobre distancia, trabajo o presión, proponer</p>	<p>b) Justificación del Teorema Fundamental del Cálculo mediante la función área.</p>

variantes que den lugar a una función no lineal, y resolverlos con la integral definida.

c) Aplicaciones de la integral definida.

La formulación de los propósitos de esta unidad pone el énfasis en el aspecto conceptual de la integral definida “para construir su significado”; sin embargo, desde el punto de vista del desarrollo de la competencia matemática, resulta más adecuado enfocarse en la utilización de la integral definida en la solución de problemas, a partir de una situación concreta que requiera para su análisis del cálculo de áreas, y conducir con base en ella el desarrollo del concepto como respuesta a un problema específico. Para ese fin, se propone la siguiente secuencia:

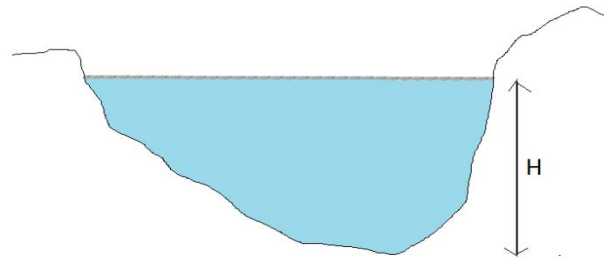
El problema:

El administrador de una presa de almacenamiento debe estimar el volumen de agua que ingresa al embalse para regular adecuadamente el suministro del líquido a la zona de riego que abastece la presa.

La estimación del ingreso de agua se realiza multiplicando la velocidad del agua por el área de la sección transversal del cauce en donde se colocó el medidor de la velocidad, de forma que el caudal (volumen que ingresa en un intervalo de tiempo) se obtiene como $Q = v \cdot A$, donde si el área se mide en metros cuadrados (m^2) y la velocidad en

metros por segundo (m/s), el caudal resulta en los metros cúbicos que ingresan por segundo (m^3/s).

Como puede verse en la siguiente figura, el área de la sección transversal del cauce depende del nivel del agua (H):



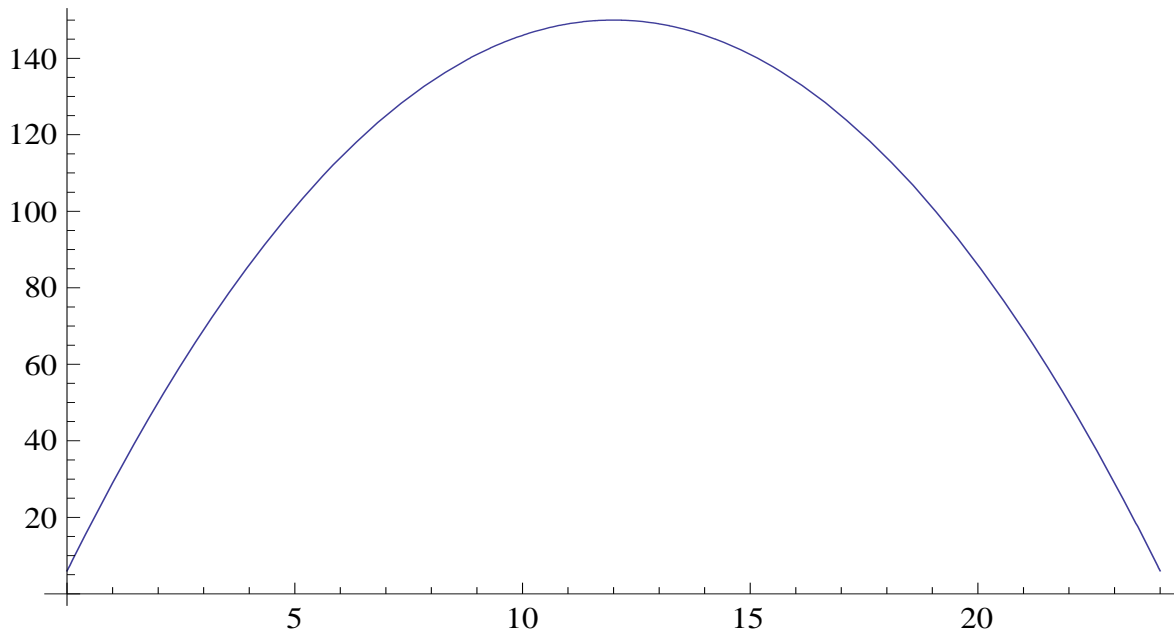
De esta forma, se puede establecer una relación entre el área de la sección transversal y el nivel del agua. Asociando aquélla con la velocidad medida a intervalos regulares de tiempo, de acuerdo a las relaciones ya mencionadas, se puede construir cada día una tabla como la siguiente:

HORA	CAUDAL (m^3/h)
0	6
4	86
8	134
12	150
16	134

20	86
24	6

La representación gráfica de la relación establecida en la tabla sería la siguiente:

Caudal (m^3/h)

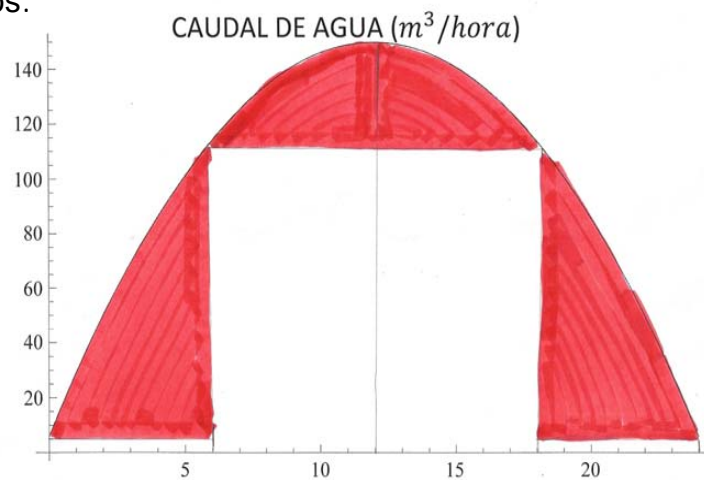


El volumen de agua que ingresa a la presa se puede obtener calculando el área que queda debajo de la curva, puesto que la dimensión vertical de la gráfica es el caudal (medido en $m^3/hora$) y la dimensión horizontal es el tiempo (medido en *horas*), y entonces el área representa el Volumen = Caudal x Tiempo ($V = Q \cdot t$).

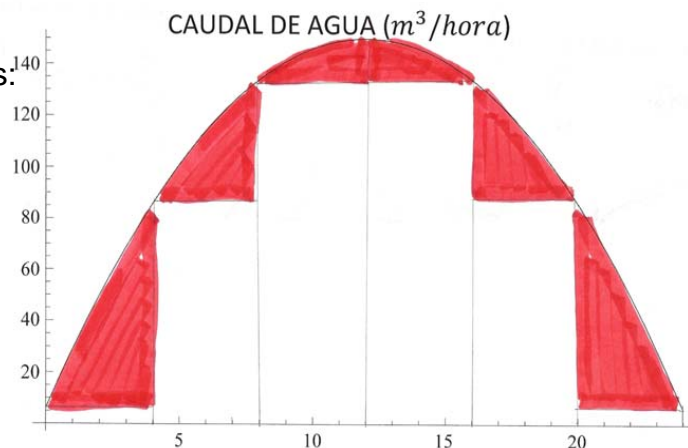
El problema original se ha convertido entonces en el problema de calcular el área bajo la curva Caudal-Tiempo, que se puede resolver por aproximaciones sucesivas, calculando el área de rectángulos inscritos en la curva.

Haciendo equipos en los que cada uno haga el cálculo del área con diferente número de rectángulos, se puede apreciar que es posible lograr una mejor aproximación en la medida en que dicho número aumente, como se puede ver en las figuras siguientes, en las cuales se ha rellenado el área que resultaría como error de la aproximación, es decir, la que no quedó considerada como parte del área calculada con los rectángulos:

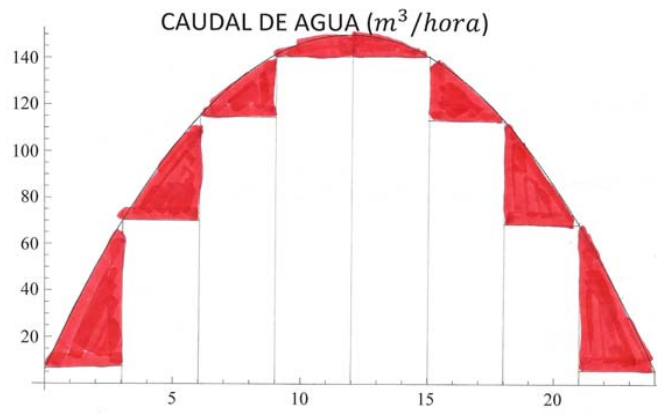
- Con 4 rectángulos:



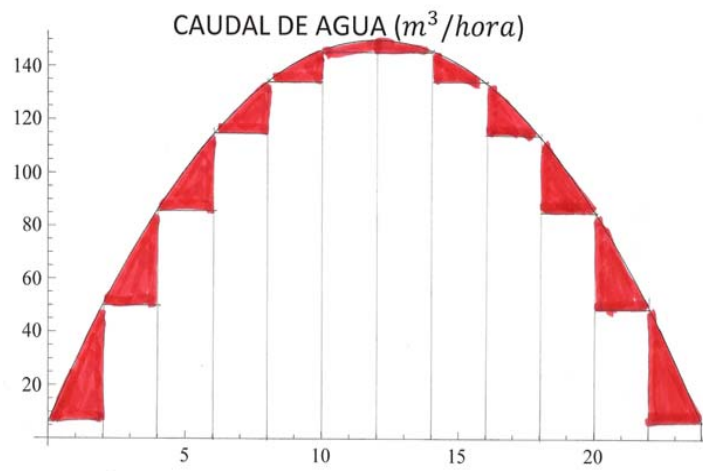
- Con 6 rectángulos:



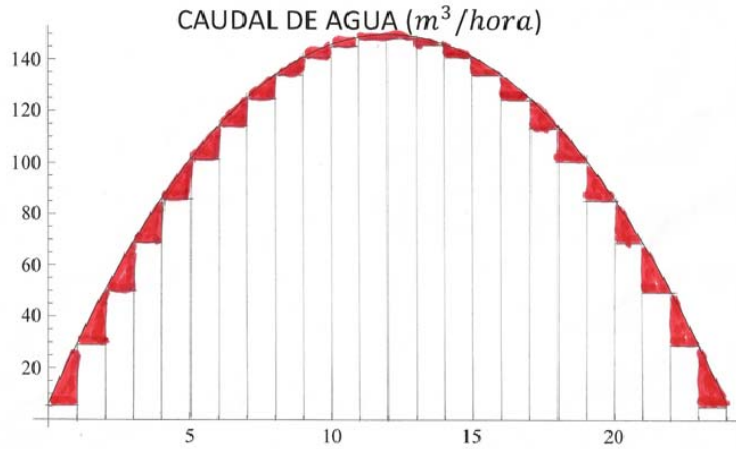
- Con 8 rectángulos:



- Con 12 rectángulos:



- Con 24 rectángulos:



Con este ejercicio se facilita la comprensión del proceso de aproximación al valor del área bajo la curva (es decir, al volumen de agua que ingresó en un día a la presa) a medida que aumenta el número de rectángulos inscritos. Llevando este proceso al límite cuando el número de rectángulos tiende a infinito se llega al concepto de integral definida de una función en el intervalo establecido, es decir:

$$\int_a^b f(x)dx = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n f(x_i)\Delta x_i$$

donde $[a, b]$ es el intervalo de valores de la variable que se considera (en el ejemplo, el tiempo), n es el número de rectángulos inscritos, $f(x_i)$ es la altura de uno cualquiera de

los rectángulos, obtenida como el valor de la función que representa la curva (en el ejemplo, caudal-tiempo) en un punto cualquiera del subintervalo, y Δx_i es la medida de la base de ese rectángulo, obtenida como amplitud del respectivo subintervalo.

La actividad desarrollada facilita la comprensión del proceso de cálculo del área bajo una curva mediante aproximaciones sucesivas, y su exactitud cuando ese proceso es llevado al límite.

CONCLUSIÓN

1. La Reforma Integral de la Educación Media Superior

- El diagnóstico que da sustento a la creación del Sistema Nacional de Bachillerato destaca la necesidad de trabajar en cuatro aspectos: la desarticulación de los subsistemas, la ampliación de la cobertura, el mejoramiento de la calidad y el logro de una mayor equidad en la oferta educativa. Se trata de una visión general, pero que no por ello elude la crítica de la realidad del bachillerato en México. Desde hace más de treinta años se ha discutido el problema de la diversidad y la desarticulación de los subsistemas; incluso, se organizó en 1984 un Congreso Nacional del Bachillerato con ese problema en el centro de la atención. La ampliación de la cobertura y el logro de una mayor equidad son también aspectos que se han puesto en el centro de la atención de los responsables del sistema educativo nacional. Sin embargo, en la actualidad es necesario profundizar en la problemática que está detrás de un enunciado tan general como “mejorar la calidad”, pues de otro modo podría parecer surgido de la simple aspiración humana a hacer las cosas cada vez mejor.
- Hay abundantes evidencias de que la calidad de la educación media superior en México es muy pobre. Sin necesidad de elaborar argumentos con base en

estadísticas, baste citar como muestra el pobre desempeño de los aspirantes a ingresar a las instituciones de educación superior, incluyendo las privadas, tanto en los diferentes concursos de selección que se realizan, como en la realidad que cotidianamente se vive en las aulas con alumnos de primer ingreso, para sostener que los certificados de bachillerato no garantizan en modo alguno que sus poseedores cuentan con la preparación que supuestamente aquéllos respaldan.

- Es evidente la necesidad de una reforma profunda en este nivel educativo. De no hacerla, corremos el riesgo de profundizar el abismo entre los supuestos y la realidad educativa de los jóvenes mexicanos. Hoy tenemos a miles de alumnos en las aulas universitarias que sufren las consecuencias de una preparación general muy deficiente, en gran medida porque los conocimientos adquiridos en el bachillerato son una apariencia que se desvanece poco tiempo después de que terminan los cursos.
- El enfoque de este nivel educativo ya no puede estar centrado en conocimientos, sino en la formación integral, porque es ésta el propósito fundamental de la educación en el bachillerato, independientemente del subsistema que se considere. Si bien el Sistema Nacional de Bachillerato adopta un enfoque educativo centrado en competencias en primer lugar porque se considera que permite articular en un plano diferente la gran diversidad de objetivos de aprendizaje, disciplinas, asignaturas y temarios que plasman los modelos educativos de los diversos subsistemas, también lo hace para alinearse a una corriente educativa que permite integrar los conocimientos, las habilidades y las

actitudes que se busca desarrollar en las escuelas, y romper así con las propuestas que otorgaban la preeminencia a la teoría en detrimento de la capacidad de responder a problemas o situaciones de la vida real.

- Estamos así frente a una inmejorable oportunidad de reformar la educación media superior, encauzándola en una perspectiva radicalmente diferente al enciclopedismo efímero que la ha caracterizado. La primera condición para lograrlo es, por supuesto, la formación de los profesores, pero también se requiere reformar los planes y programas de estudio para convertirlos en guías del trabajo en el aula, que ya no tengan en el centro los contenidos que los alumnos requieren conocer, sino las habilidades intelectuales y los valores que habrán de desarrollar personalmente para responder a los requerimientos de su entorno, ya sea social, laboral o académico.

2. La formación integral

- El mismo concepto de formación integral necesita ser replanteado, para sacarlo de la reducción al ámbito conceptual a que con frecuencia se le ha sometido. En efecto, en no pocos modelos educativos se considera como formación integral aquella que contempla los diversos campos del conocimiento y la expresión del ser humano: las ciencias de la naturaleza, del hombre y de la sociedad, así como las ciencias formales, el lenguaje, la comunicación y las artes. Una primera reducción consiste en no ir más allá de los ámbitos del sentido común y la teoría

que describe Lonergan, y superarla implica desarrollar la exigencia crítica y la autoapropiación del ámbito de la interioridad, así como los dinamismos del ámbito trascendental: la búsqueda de la inteligibilidad, de lo incondicionado y del bien infinito.

- El desarrollo en estos ámbitos es un proceso de toda la vida, pero en la escuela es posible que los alumnos hagan conciencia de lo que hacen cuando logran aprender: esta metacognición es una autoapropiación. Por lo que se refiere a la trascendencia, en la escuela implica asumir que el conocimiento y el aprendizaje son valiosos en la medida en que le dan sentido a la vida.
- Sin embargo, la obra de Bernard Lonergan nos pone frente a una visión mucho más amplia y profunda del significado de la formación integral, porque desentraña el proceso mediante el cual conseguimos hacernos humanos, que tiene, por decirlo en términos geométricos, dos coordenadas: la estructura dinámica de la conciencia y los patrones de la experiencia humana.
- Los niveles de conciencia, dijo el mismo Lonergan, “son solamente estadios sucesivos en el desarrollo de una acometida única, el eros del espíritu humano”. Eso significa que los niveles de conciencia están integrados, que las operaciones de los niveles superiores recogen las anteriores y las integran en un plano más complejo, que a su vez impulsa las operaciones superiores. Recoger los datos no es una tarea que pueda darse por concluida en eso, sino que reclama su entendimiento; entender, conceptualizar y expresar conduce a la necesidad de asegurarse de que se ha entendido correctamente, es decir, de que lo entendido es así, sin que haya lugar para ninguna duda o pregunta sin respuesta clara; dar

cuenta de la realidad reclama luego nuestra posición ante ella, nuestra respuesta personal, y una vez que las decisiones se han llevado a la acción, se produce una situación nueva, que desencadena el mismo proceso.

- Si bien la conciencia se expande espontáneamente de la experiencia a la toma de decisiones, sin un esfuerzo intencional por atender, por entender, por juzgar y por decidir, ese proceso puede diluirse en datos mal registrados, hipótesis apresuradas, afirmaciones falsas o decisiones irresponsables. La expansión de la conciencia es, entonces, un proceso espontáneo, pero la adecuada expansión de la conciencia es resultado de la formación, es decir, requiere ser educada. En este sentido, la primera tarea del formador es acompañar el desarrollo adecuado de ese proceso de expansión de la conciencia.
- Los patrones de experiencia se refieren a los diferentes ámbitos o dimensiones en los que se desarrolla la vida humana: el biológico (nuestro estar en el mundo como seres sentientes que responden a los estímulos del exterior de manera instintiva); el estético (la dimensión del goce de los sentidos y del espíritu, del juego y la recreación); el intelectual (el deseo de conocer manifiesto en la formulación de preguntas que trascienden lo concreto y particular para alcanzar las explicaciones que satisfacen a la inteligencia); el dramático (la construcción del drama de la propia existencia, como tejido de procesos que convergen hacia un desenlace necesario en el curso de la propia vida).
- si entendemos el desarrollo como ampliación del horizonte del sujeto y entendemos que éste opera en los cuatro patrones de experiencia, podríamos concluir que una formación integral del ser humano requiere que éste pueda

desarrollarse en cada uno de ellos, o, si se quiere, que conduzca al desarrollo del patrón dramático en cuanto síntesis de “los diversos componentes de la búsqueda por ampliar nuestro horizonte”.

- Esto nos ofrece una perspectiva diferente sobre la “formación integral”: no se trata de la mera suma de ingredientes, como si la inclusión de las ciencias de la naturaleza y la sociedad, el dominio del lenguaje, el desarrollo de la conciencia histórica y del razonamiento lógico-matemático, la posibilidad de explorar las manifestaciones artísticas y el cuidado del cuerpo y del medio ambiente significaran, acumulados, el desarrollo “integral” del sujeto. Se trata, más bien, de una perspectiva en la que cada elemento de la formación adquiere significado en la medida en que contribuya a que el sujeto –o la humanidad- conduzca su propia vida hacia donde libremente ha elegido llevarla, integrando los cuatro niveles de conciencia en su operación como ser vivo, capaz de experimentar el gozo y de satisfacer su necesidad de entender en cada proceso de la trama de su vida.
 - Para eso no se precisa que sea especialista, pero tampoco basta con que haya hecho un recorrido general en cada disciplina. “Integrar” es llevar las partes a un nivel superior, es ubicarlas en un dinamismo que se dirige a la realización del sentido de la vida de cada uno. Nos hemos contentado, cuando mucho, con ayudar a nuestros alumnos a que se desarrollen en el patrón intelectual en diversas disciplinas; la mayoría de las veces hemos omitido la dimensión estético-lúdica como si no fuera un poderoso estímulo o prólogo de la dimensión intelectual. Una auténtica reforma educativa nos reclama acompañar a nuestros

alumnos en su tarea fundamental: hacerse cargo de la configuración dramática de sus vidas.

3. Las competencias en la EMS

- La preocupación porque los alumnos tuvieran una mente ordenada y bien orientada, y no simplemente llena de datos, tiene antecedentes ya seculares. Desde hace más de un siglo, los responsables de la educación dignos de ese nombre se han interesado porque los egresados de las escuelas se puedan desenvolver eficazmente en las tareas y responsabilidades que la sociedad les asigna, y en algunos momentos los pedagogos progresistas han expresado severas críticas a la memorización y al enciclopedismo.
- Si bien el concepto de competencias tiene una raíz hundida en el ámbito productivo, no se trata simplemente de la invasión del neoliberalismo en el campo educativo, ni de la consecuencia inevitable de la globalización. Detrás del concepto de competencias hay una inquietud que atraviesa todo el siglo XX en el sentido de lograr una educación que no se quede encerrada en la escuela o los libros, sino que tenga un impacto en la vida.
- Las teorías constructivistas del aprendizaje ya habían subrayado la importancia de la funcionalidad del aprendizaje como uno de los rasgos del aprendizaje significativo, y el enfoque en competencias se alinea en esta misma perspectiva,

pero da un paso adelante al plantear la necesaria integración de diversos tipos de conocimiento con una serie de disposiciones psicológicas internas (motivación, valores, actitudes). En síntesis, el enfoque en competencias enfatiza la articulación de diferentes tipos de conocimiento (conceptual, tecnológico, metodológico) con aspectos psicológicos que no eran suficientemente tomados en cuenta en la definición de los objetivos del aprendizaje escolar, pero que sin duda intervienen de manera importante en el logro de los fines de todas las instituciones educativas.

- La educación centrada en competencias pretende que los alumnos resuelvan los problemas que encuentran en un determinado contexto empleando ciertos conocimientos, habilidades y destrezas, así como adoptando actitudes adecuadas para encontrar las soluciones que se requieren. Se trata de un planteamiento complejo, que no se reduce a la adquisición de conocimientos ni mucho menos a la repetición de comportamientos, sino que implica la comprensión del contexto y la aplicación de conocimientos, en el marco de la conciencia de la situación que está requiriendo la intervención creativa y eficaz del sujeto para la realización de determinados valores.
- Las competencias se refieren a la capacidad de actuar frente a diversos problemas, utilizando los recursos de que dispone un sujeto. Requieren la disposición de resolver los problemas con una intención definida, pero también dominar los procedimientos, habilidades y destrezas que implica la acción que ha de llevarse a cabo. Las destrezas suponen un conocimiento de base, es decir, no se trata de la repetición mecánica de un procedimiento o una receta, sino de la

aplicación concreta de un conocimiento frente a una situación. Hablar de competencias supone, entonces, una integración de todos los elementos en torno a una finalidad específica, configurada por la demanda que se ha de satisfacer en un determinado contexto. No se puede prescindir de los conocimientos, ni de las destrezas, ni de las actitudes.

- Aunque se trata de planteamientos diferentes, se puede afirmar que hay una congruencia básica entre la educación que se propone lograr la formación integral de los alumnos y el modelo educativo centrado en competencias. Al afirmar esto no se pretende que basta con adoptar este enfoque educativo para lograr una formación integral, pero sí que es un camino válido para alcanzarla. Si además se considera que es la propuesta con mayores posibilidades de enraizarse en un mundo globalizado, la discusión no tendría que ser ya si es válida o no, sino cómo se puede aprovechar para alcanzar los propósitos educativos de las instituciones que quieren tener el desarrollo de la persona humana en el centro de su misión.

4. Las competencias en la enseñanza de las Matemáticas

1. Se requiere un replanteamiento de la enseñanza de las Matemáticas para superar la enorme distancia que hoy se puede apreciar entre los propósitos y los

resultados que se obtienen en la enseñanza de esta disciplina. A partir de los estudios referidos en este capítulo, se puede plantear que esa distancia se debe a que unos propósitos que se asemejan al desarrollo de competencias se quieren lograr a través de una enseñanza que contempla a las Matemáticas como área de conocimiento. En otras palabras, los profesores de Matemáticas regulan su enseñanza a través de los contenidos que es necesario cubrir en el curso, y no desde la perspectiva de lo que se espera que logren los alumnos. Hay, pues, una contradicción sustancial entre los fines y los medios de la formación matemática.

2. La enseñanza actual de las matemáticas sigue basándose en un modelo de enseñanza transmisor que se centra en los contenidos, poniendo especial énfasis, como siempre se ha hecho, en la aplicación mecánica de los algoritmos de cálculo. Hoy en día es necesario que las matemáticas se enseñen en la perspectiva de su valor social y no por su valor epistemológico, es decir, en referencia a las necesidades generadas por el mundo en el que vivimos, y no por su importancia en sí mismas, como arquitectura conceptual y de razonamiento.
3. Lo que realmente hace novedoso al concepto de competencia es la referencia que se hace en él al contexto social, de manera que la diferencia entre un currículo que se basa en la transmisión del conocimiento matemático y otro que intenta el desarrollo de las competencias matemáticas está en la perspectiva del uso social de ese conocimiento y en la relevancia del mismo para la inclusión social de las personas.

4. La relación entre conocimientos y competencias resulta clave para desarrollar una alternativa pedagógica eficaz en la enseñanza de las matemáticas, de modo que ésta contribuya a la formación integral de los estudiantes. Desarrollar esa relación implica un cambio conceptual en el papel de los profesores, de la “instrucción” a la “educación”. A pesar de que se ha manejado como un hecho en los discursos, en las propuestas y en los diseños curriculares desde hace por lo menos treinta años, ese cambio aún no se vive a plenitud en la cotidianidad del salón de clase: la mayoría de los profesores realiza su función teniendo como referencia central los contenidos temáticos del curso.
5. Se requiere hacer una ruptura con el concepto tradicional de la enseñanza de las matemáticas, en el que los contenidos se presentan sin referencia a contextos reales y habitualmente sólo se trabajan técnicas o procedimientos, y luego se les pide a los alumnos que resuelvan algunos problemas que exigen la aplicación de aquéllos de forma generalmente evidente, pero no se les acompaña a traducir situaciones reales a su formulación matemática, a la consecuente solución de ésta y a la interpretación de los resultados en los términos de la situación original.
6. En una nueva forma de entender la enseñanza, el diseño adecuado de las tareas que los alumnos van a realizar es la clave para el logro de los aprendizajes. No basta que el profesor explique y los alumnos realicen ciertos ejercicios para comprobar que entendieron la explicación; es necesario un proceso dialéctico que tiene tres etapas dispuestas no en línea recta, sino en espiral: planeación,

desarrollo, evaluación, y que en su conjunto se dirigen a propiciar o inducir el aprendizaje de los alumnos.

7. Además, es necesario considerar la clasificación de las competencias matemáticas en torno a los tres grupos definidos por PISA (reproducción, conexión y aplicación), para no reducir las tareas propuestas al primer grupo y progresivamente hacer de la solución de problemas el eje del desarrollo de las competencias matemáticas. Esto no quiere decir que la clase de matemáticas debe dedicarse por completo a resolver problemas, sino a combinar diferentes tareas que permitan desarrollar los factores necesarios para la solución de problemas. En otras palabras, la enseñanza de las matemáticas habría de combinar la solución de problemas con el desarrollo de los elementos que permiten resolverlos.

8. Se trata de buscar un equilibrio entre el desarrollo de las competencias ampliamente reconocidas como necesarias en un determinado nivel educativo y la asimilación de los conocimientos que se consideran necesarios en el perfil de egreso de ese nivel. El equilibrio no se puede definir a priori, ni como propuesta de una sola institución: hace falta una búsqueda colectiva que se realice en las academias de profesores, en los seminarios y organismos colegiados, en los encuentros. Mientras tanto, tendremos que vivir una especie de transición entre los programas que hoy se definen mayoritariamente a partir de los conocimientos disciplinarios y los que en el futuro habrán de establecer vínculos sistemáticos entre éstos y las competencias que pretendan desarrollar.

9. Pasar de una programación por objetivos en una determinada asignatura de matemáticas, a una competencia matemática que debe desarrollarse a lo largo de todo el periodo formativo de un estudiante, exige una visión más amplia de lo que hoy podemos suponer. El camino es largo y vale más emprenderlo cuanto antes: necesitamos proponer caminos concretos desde la planeación, el diseño de actividades de aprendizaje y la evaluación, para construir colectivamente un currículo diferente, que no puede partir sino de las asignaturas que hoy conforman los diversos planes de estudio, pero que tiene que arribar a una modalidad cualitativamente diferente, que le dé su lugar a las competencias como palanca para transformar la educación academicista y enciclopédica que hoy nos tiene en un callejón sin salida, en una verdadera formación para la vida en el siglo XXI.

BIBLIOGRAFÍA

Allende, Carlos María de y Morones, Vicente, **Glosario de Términos vinculados con la Cooperación Académica**, ANUIES, México, 2006, p. 4.

Bléger, José, **Psicología de la conducta**, Editorial Paidós, Buenos Aires, 1977.

Colegio de Ciencias y Humanidades, **Plan de Estudios Actualizado**, CCH, UNAM, México, 1996.

Colegio de Ciencias y Humanidades, **Sentido y Orientación del Área de Matemáticas en el CCH**, CCH, UNAM, México, 2005.

Colegio de Ciencias y Humanidades, **Programas de Estudio de Cálculo Diferencial e Integral I y II**, CCH, UNAM, México, 2002.

Colegio de Ciencias y Humanidades, **Desempeño escolar y el egreso de la población estudiantil**, Proyecto Académico para la Revisión Curricular, Cuadernillo No. 4, CCH, UNAM, México, 2009.

Colegio de Ciencias y Humanidades, **Características de la planta docente**, Proyecto Académico para la Revisión Curricular, Cuadernillo No. 5, CCH, UNAM, México, 2009.

Coll, César, "Significado y sentido en el aprendizaje escolar: Reflexiones en torno al concepto de aprendizaje significativo", en **Infancia y Aprendizaje**, No. 41, Barcelona, 1988.

Coll, César, “Aprendizaje y Desarrollo: la Concepción Genético-Cognitiva del Aprendizaje, en **Desarrollo psicológico y educación**, Alianza Editorial, Madrid, 1992.

Delors, Jacques et al., **La educación encierra un tesoro**, Correo de la UNESCO, México, 1997.

Denyer, Monique, **Las competencias en educación: un balance**, Fondo de Cultura Económica, México, 2007.

Díaz Barriga, Ángel, “El enfoque de competencias en la educación: ¿una alternativa o un disfraz de cambio?”, en **Perfiles Educativos, No. 111**, UNAM, México, 2006.

Escuela Nacional Preparatoria, **Programas de Estudio de Matemáticas V y VI**, ENP, UNAM, México, 1996.

Espacio Europeo de la Educación Superior, **Declaración de La Sorbona**, París, 1998.

Espacio Europeo de la Educación Superior, **Declaración de Bolonia**, Bolonia, 1999.

Faienstein, Gabriela y Carretero, Mario, “La teoría de Jean Piaget y la educación. Medio siglo de debates y aplicaciones”, en **El legado pedagógico del siglo XX para la escuela del siglo XXI** (J. Trilla, coord.), 4ª edición, Editorial Graó, Barcelona, 2007.

Favela, Laura, “La historicidad del concepto competencias”, en **Historia Agenda No. 22**, Colegio de Ciencias y Humanidades, UNAM, México, 2009.

Frade, Laura, **Planeación por competencias**, Mediación de Calidad, México, 2008.

Goñi, Jesús María, **El desarrollo de la competencia matemática**, Editorial Graó, Barcelona, 2008.

Gros Salvat, Begoña, "Burrhus Frederic Skinner y la tecnología de la enseñanza", en **El legado pedagógico del siglo XX para la escuela del siglo XXI** (J. Trilla, coord.), 4ª edición, Editorial Graó, Barcelona, 2007.

Instituto Nacional de Calidad y Evaluación (Ministerio de Educación de España), "Características del estudio PISA 2003", en **Apuntes del Instituto de Evaluación**, Madrid, 2004.

Instituto Nacional de Evaluación Educativa, **El aprendizaje en tercero de secundaria en México**, SEP, México, 2009.

ITESM, **El aprendizaje basado en problemas como técnica didáctica**, Dirección de Investigación y Desarrollo Educativo, ITESM, Monterrey, 2006.

Latorre, Marino, **Teoría e historia de la educación**, Universidad Marcelino Champagnat, Lima, 2008.

Lonergan, Bernard, **Método en Teología**, 2ª edición, Ediciones Sígueme, Salamanca, 1994.

Lonergan, Bernard, **Insight: Estudio sobre la comprensión humana**, Universidad Iberoamericana/ Ediciones Sígueme, México/Salamanca, 1999.

López Calva, Martín, **Una filosofía humanista de la educación**, Editorial Trillas, México, 2006.

Martín, Elena y Coll, César, "*Las competencias en la educación escolar: algo más que una moda y mucho menos que un remedio*", en **Historia Agenda, No. 22**, Colegio de Ciencias y Humanidades, UNAM, Enero-Abril, 2009.

Martínez Sánchez, Jorge, **Hacia una pedagogía de las decisiones**, Tesis Doctoral, Universidad Iberoamericana, México, 2009.

Morín, Edgar, **Los siete saberes necesarios para la educación del futuro**, Paidós Studio, Barcelona, 2001.

OCDE, **Panorama educativo: Indicadores de la OCDE**, 2003.

Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico (OCDE), **Definición y selección de competencias**, 2002.

Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico (OCDE), **The definition and selection of key competencies. Executive Summary**, 2005.

Parlamento Europeo, “Recomendación del Parlamento Europeo y el Consejo sobre una mayor cooperación europea en la garantía de la calidad de la enseñanza superior”, en **Diario Oficial de la Unión Europea**, Marzo 4, 2006.

Pérez Gómez, Ángel, “¿Competencias o pensamiento práctico? La construcción de los significados de representación y de acción”, en **Educación por competencias, ¿qué hay de nuevo?**, Ediciones Moratá, Barcelona, 2008.

Perrenoud, Phillipe, **Construir competencias (entrevista)**, Ginebra, 1999.

Perrenoud, Phillipe, **Diez nuevas competencias para enseñar**, Editorial Graó, Barcelona, 2004.

PISA, **Informe PISA 2003: Aprender para el mundo del mañana**, OCDE, Madrid, 2004.

Rico, Luis y Lupiáñez, José Luis, *Competencias matemáticas desde una perspectiva curricular*, Alianza Editorial, Madrid, 2008.

Rogers, Carl, **El proceso de convertirse en persona**, Editorial Paidós, México, 2007.

Secretaría de Educación Pública, **Acuerdo 442 por el que se establece el Sistema Nacional de Bachillerato en un marco de diversidad**, Anexo Único, México, 2008.

Secretaría de Educación Pública, **Acuerdo 444 por el que se establecen las competencias que constituyen el marco curricular común del Sistema Nacional de Bachillerato**, México, 2008.

Secretaría de Educación Pública, **Acuerdo 447 por el que se establecen las competencias docentes para quienes imparten educación media superior escolarizada**, México, 2008.

Secretaría de Educación Pública, Dirección General del Bachillerato, **Programa de Matemáticas IV**, SEP, México, 2005.

Secretaría de Educación Pública, Dirección General del Bachillerato, **Programa de Cálculo Diferencial I**, SEP, México, 2006.

Secretaría de Educación Pública, Dirección General del Bachillerato, **Programa de Matemáticas IV**, SEP, México, 2009.

UNAM, **Enciclopedia de Conocimientos Fundamentales, Vol. 5**, UNAM, México, 2010.

UNESCO, **Hacia las sociedades del conocimiento**, Ediciones UNESCO, México, 2005.

Vila, Ignasi, “Lev S. Vigotsky: la psicología cultural y la construcción de la persona desde la educación”, en **El legado pedagógico del siglo XX para la escuela del siglo XXI** (J. Trilla, coord.), 4ª edición, Editorial Graó, Barcelona, 2007.

Zabala y Arnau, **11 ideas clave: Cómo aprender y enseñar competencias**, Editorial Graó, Barcelona, 2008.

Zarzar, Carlos, **La formación integral del alumno: qué es y cómo propiciarla**, Fondo de Cultura Económica, México, 2003.