DIDAC

NUEVA ÉPOCA / NÚMEROS 56-57 / JULIO-DICIEMBRE 2010 Y ENERO-JULIO 2011 / UNIVERSIDAD IBEROAMERICANA

Enseñanza y aprendizaje de las matemáticas

Sumario

¿Por qué fallan los alumnos al resolver problemas matemáticos?

*Marisol Silva Laya**
Académica e investigadora titular
Instituto de Investigaciones para el Desarrollo de la Educación
Universidad Iberoamericana Ciudad de México

Adriana Rodríguez Fernández
Asistente de investigación
Instituto de Investigaciones para el Desarrollo de la Educación
Universidad Iberoamericana Ciudad de México

Resumen

México registra resultados insatisfactorios en el aprendizaje de las matemáticas en educación básica. El presente artículo recoge hallazgos de una investigación sobre las dificultades que enfrentan alumnos de sexto grado al resolver problemas matemáticos. Entre las limitaciones más serias reporta la falta de conocimientos conceptuales previos (lagunas en el conocimiento), un problema severo de comprensión lectora, un limitado repertorio de estrategias de resolución y el uso de estrategias irreflexivas ante problemas de altos niveles de dificultad, como realizar operaciones aunque carezcan de sentido. Concluye que es necesario promover que los alumnos construyan nociones y procedimientos matemáticos como recursos propios y no recetas.

Palabras clave: matemáticas, resolución de problemas, constructivismo, educación básica.

Abstract

Mexico has low learning outcomes in mathematics in elementary school. This article describes research findings on the difficulties of 6th grade students in solving mathematical problems. The most serious constraints are: lack of prior conceptual knowledge (knowledge gaps), a severe problem of reading comprehension, a limited repertoire of solving strategies and thoughtless use of strategies for problems of high levels of difficulty (operations but meaningless). It concludes that it is necessary to encourage students to construct their own mathematical concepts and procedures instead of only mechanical process.

Key words: *mathematics, solve problems, constructivism, elementary education.*

* Correo electrónico de la autora: marisol.silva@uia.mx

Marisol Silva Laya, Adriana Rodríguez Fernández. *Didac* 56-57 (2011): 21-28

> Tal parece que para que el alumno pueda construir su conocimiento y llevar a cabo la obligatoria interacción activa con los objetos matemáticos, incluyendo la reflexión que le permite abstraer estos objetos, es necesario que estos objetos se presenten inmersos en un problema y no en un ejercicio (Larios, 2000: 5).

El tema de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas ha ocupado un lugar muy importante en la esfera educativa y actualmente se revitaliza al considerar que las habilidades en este campo forman parte de las competencias clave para una vida exitosa y un buen funcionamiento en la sociedad (OCDE, 2003a: 10). El proyecto "Definición y selección de competencias clave" (Deseco), impulsado por la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico (OCDE), clasifica las destrezas matemáticas como herramientas interactivas —junto con la lengua hablada y escrita y las habilidades para la computación— necesarias para resolver múltiples tareas en diversas situaciones. En fin, las competencias matemáticas forman parte de las herramientas esenciales para tener un buen funcionamiento tanto en la sociedad como en el lugar de trabajo, así como para establecer un diálogo efectivo con otros.

Las distintas evaluaciones que se aplican en México para medir los logros académicos alcanzados por los niños de primaria y secundaria en el área de matemáticas muestran sistemáticamente resultados insatisfactorios. Esto indica que la educación básica enfrenta limitaciones para formar las competencias que los jóvenes requieren para desenvolverse plenamente en la sociedad. Algunos datos que ilustran esta situación son los siguientes:

Los Exámenes de la Calidad y el Logro Educativos (Excale) aplicados por el Instituto Nacional para la Evaluación de la Educación (INEE) en el 2005 para explorar los niveles de logro de alumnos de 6° de primaria y 3° de secundaria arrojaron resultados preocupantes, y son aún más dramáticos para este último grado:

- Siete de cada 10 estudiantes de 6° de primaria contaban apenas con los conocimientos, habilidades y destrezas escolares mínimos o presentaban carencias importantes. Esto los ubica en un nivel de dominio básico (52.3%) y también por debajo del básico (17.4%). Algunos de los temas en los que se observa un bajo desempeño fueron: fracciones, conversión de unidades de medición y habilidades relacionadas con imaginar cuerpos e identificar sus características geométricas. La resolución de problemas de porcentajes también es un tema donde se presentan dificultades.
- En el caso de los estudiantes de 3° de secundaria, poco más de la mitad (51.1%) presentó un dominio por debajo del básico y tres de cada 10 se ubicaron en el nivel básico. En general, muestran un desarrollo insuficiente de los conocimientos y habilidades establecidos en todas las áreas del currículum de matemáticas, pero en especial presentan serias deficiencias ante la resolución de problemas en los que tienen que hacer razonamientos complejos, que requieren elaborar conjeturas, hacer generalizaciones o inferencias y vincular resultados. También se observó un desempeño muy deficiente en lo que se refiere al seguimiento de instrucciones para la construcción de figuras y elementos geométricos; la identificación de los cambios de longitud, área y volumen de una figura o cuerpo geométrico, al reducirlo o aumentarlo a escala; la solución de problemas donde se requiere utilizar equivalencias entre unidades de medida y con el uso de fracciones (INEE, 2006: 22-23, 25).

Los resultados de la Evaluación Nacional de Logro Académico de los Centros Educativos (ENLACE) para la asignatura de matemáticas en 2009, realizada por la Dirección General de Evaluación de la Secretaría de Educación Pública (SEP), muestran que más de las dos terceras partes (69%) de los niños de primaria se hallan en un nivel insuficiente o elemental en el dominio de las matemáticas. En secundaria se acentúan las deficiencias, ya que de cada cien estudiantes sólo diez alcanzan satisfactoriamente los objetivos de matemáticas (SEP, 2010).

Las deficiencias en los aprendizajes reveladas por las pruebas nacionales se corroboran con los resultados del Programa para la Evaluación Internacional de Estudiantes (PISA, por sus siglas en inglés). En el 2003, dicha evaluación puso énfasis en las competencias en el área de matemáticas que tienen los jóvenes de 15 años. Sus resultados no fueron alentadores para México, pues su desempeño se ubicó entre los últimos cuatro lugares de un total de 40 países. Además, mientras que sólo 8.2% de los jóvenes de los demás países que forman parte de la OCDE se encontraba en el "nivel 0" de la escala de matemáticas, 38.1% de los mexicanos se ubicó en ese nivel, al tiempo que 4% de los jóvenes de la OCDE se ubicó en el nivel 6 y en México tal proporción fue menor a 1% (OCDE, 2004b: 89-95).

Si bien estas calificaciones nos dan un diagnóstico general de los logros alcanzados, brindan información limitada sobre el desempeño del estudiante. Para comprender mejor los logros y deficiencias en el aprendizaje es necesario profundizar en las estrategias que emplean al dar respuesta a tareas que involucran el uso de las matemáticas. Conocer el método y las estrategias empleadas por los estudiantes en la resolución de problemas matemáticos, así como comprender los factores que intervienen en esta tarea, puede contribuir al mejoramiento de la enseñanza de esta disciplina. La búsqueda de alternativas para sacar adelante esta tarea cobra relevancia.

El presente artículo se basa en los resultados de una investigación realizada durante 2007 y 2008 con estudiantes de 6º de primaria de nueve escuelas particulares que trabajan con el Modelo de Matemáticas Constructivas (MMC), desarrollado por el Centro de Investigaciones de Modelos Educativos (CIME). Este Centro, preocupado por mejorar su modelo, solicitó al Instituto de Investigaciones para el Desarrollo de la Educación (Inide) la evaluación de los procesos y los resultados de la misma[1].La investigación nos condujo a preguntamos por qué los alumnos fallan al resolver cierto tipo de problemas y no en otros y cuáles son los factores que entran en juego[2]. El análisis de tales factores y las formas en que los alumnos hacen uso de ellos se presentan en los siguientes cinco apartados.

1. *Conocimientos previos*

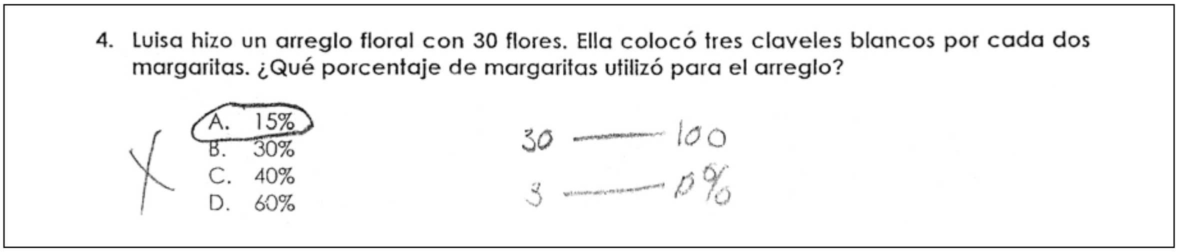
Las personas construimos conocimientos a partir de nuestras experiencias previas, creencias o ideas, que en su conjunto conforman lo que Novack (1988) denomina "estructuras conceptuales". Los conocimientos previos en matemáticas son aquellos recursos —nociones, conceptos, fórmulas, algoritmos— con los que cuenta el estudiante para enfrentarse a un determinado problema (Barrantes, 2006: 2). Los resultados de la investigación revelaron que los conocimientos conceptuales previos son herramientas clave para tener éxito en la resolución de problemas, especialmente en aquellos que demandan la aplicación de conceptos específicos —como los de geometría: área y perímetro—, en cuyo caso los vacíos conceptuales obstaculizaron la obtención de respuestas correctas. Estos hallazgos coinciden con los reportados por Solaz-Portolés y Sanjosé (2008: 5), quienes destacan la enorme influencia que el conocimiento conceptual tiene en la resolución correcta de los problemas.

A pesar de ser un recurso indispensable, los estudiantes no cuentan con los suficientes conocimientos conceptuales previos para resolver los problemas matemáticos. Las carencias se agudizan en las áreas de geometría y variación proporcional, donde confluyen, al menos, tres limitaciones: 1. estrechez en el manejo de conceptos y las relaciones entre ellos, 2. uso indiscriminado de algoritmos, y 3. una exigua actitud exploradora de las situaciones problemáticas y sus condiciones. En el esquema 1 se ejemplifican dichas limitaciones.

La resolución de este problema implica el manejo de conceptos de proporción y porcentaje, así como saber calcularlo. Los errores más frecuentes se relacionan con el uso del algoritmo de la regla de tres sin una noción clara de las cantidades que están en juego

Esquema 1

Cálculo de proporciones



4. Luisa hizo un arreglo floral con 30 flores. Ella colocó tres claveles blancos por cada dos margaritas. ¿Qué porcentaje de margaritas utilizó para el arreglo?

A. 15%
B. 30%
C. 40%
D. 60%

X

30 —— 100
3 —— 10%

y sus relaciones proporcionales. Así, hubo alumnos que identificaron que 30 flores equivalían al 100%, pero no pudieron determinar las cantidades sobre las cuales debían calcular las proporciones.

De esto se desprende la recomendación de que los maestros presten más atención a los vacíos que experimentan sus estudiantes en torno a los conocimientos previos involucrados en los diferentes problemas que trabajan en las clases. Partir de esta información permitiría diseñar actividades que conduzcan a clarificarlos hasta lograr que todos cuenten con las nociones para abordar con eficacia las diferentes actividades de aprendizaje. Los alumnos deben construir las nociones y conceptos básicos de las matemáticas por ellos mismos, de tal manera que se vuelvan recursos propios y no recetas al momento de resolver los problemas.

2. *Comprensión del problema*

La comprensión supone entender la pregunta, discriminar los datos y las relaciones entre éstos y entender las condiciones en las que se presentan. Si los conocimientos previos son clave, la comprensión es determinante. Los resultados del estudio referido mostraron una correlación más fuerte de esta variable en la resolución de problemas que la variable anterior. Así, entre los niños que entendieron los problemas la proporción de respuestas correctas fue muy alta (entre 75% y 92.6%). En contraste, la no comprensión condujo a resultados equivocados también en una proporción alta (entre 80% y 90%). Sin duda, comprender exactamente lo que se pregunta, así como las nociones del problema —lo cual está ligado a los conocimientos previos—, es indispensable para enfrentar con eficacia una tarea como la que nos convoca.

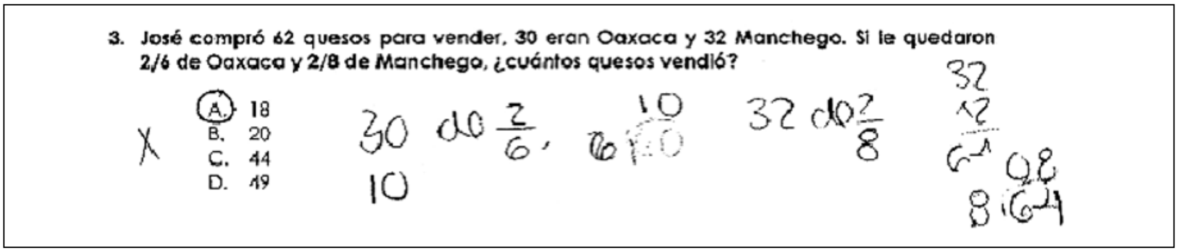
Es menor la proporción de estudiantes que comprenden que la de aquellos que cuentan con conocimientos conceptuales suficientes. Este dato coincide con los hallazgos de Valle *et al.* (2007: 8) sobre la baja frecuencia de alumnos que comprenden los problemas en una olimpiada de matemáticas. Al igual que estos autores, consideramos que la comprensión trasciende el ámbito matemático e implica por parte del estudiante el dominio de la lectura y la valoración crítica de textos, en particular en lo que se refiere localizar información específica, hacer inferencias simples, captar relaciones entre componentes e identificar información implícita. Vale la pena agregar que también se requiere de un marco conceptual adecuado, aunque esto no es suficiente. Un ejemplo que ilustra la confusión de la pregunta se presenta en el esquema 2.

En el ejemplo se observa que el alumno realiza correctamente las operaciones pero se confunde con la pregunta final, ya que respondió cuántos quesos le quedaron a José (A), en lugar de cuántos vendió (C). Este tipo de problemas se utiliza con frecuencia en muchas evaluaciones oficiales, y más que competencias matemáticas pone a prueba competencias lectoras y capacidad de concentración, ya que por lo general este tipo de preguntas "despista" al estudiante.

La recomendación más importante que se desprende de este análisis refiere a la necesidad de que los maestros sean conscientes de la trascendencia de este factor e intensifiquen las estrategias pedagógicas para impulsarlo. Tal vez sea necesario bajar la presión entre

Esquema 2

Confusión de la pregunta



3. José compró 62 quesos para vender, 30 eran Oaxaca y 32 Manchego. Si le quedaron 2/6 de Oaxaca y 2/8 de Manchego, ¿cuántos quesos vendió?

A. 18
B. 20
C. 44
D. 49

los estudiantes por llegar a una solución; es decir, por pensar sólo en el resultado antes que en los procesos. Todo parece indicar que el proceso debe ser realzado. Al mismo tiempo, es imprescindible combatir algunas creencias prevalecientes, como la idea de que los problemas matemáticos tienen sólo una respuesta correcta y una manera única de arribar a ella.

3. *Concepción del plan*

El diseño de un plan supone el establecimiento de pasos o tareas para llegar a un objetivo. Para esto es preciso que los estudiantes perciban las relaciones existentes entre los diferentes elementos, con el fin de derivar acciones que conduzcan al resultado correcto. Valle *et al.* (2007: 3) explican que se trata de ver qué liga a los datos, a fin de encontrar la idea de la solución y trazar un plan para alcanzarla.

Los resultados de nuestra investigación revelan que este paso tiene importancia en la medida que permite al alumno trabajar para lograr un objetivo definido. Ante la ausencia de un plan, los estudiantes tienden a echar mano de estrategias irreflexivas que en la mayoría de los casos desembocan en errores.

La didáctica de las matemáticas debe poner énfasis en este proceso, especialmente para propiciar un trabajo más ordenado por parte de los niños. Habría que estimular la reflexión sobre la importancia que tiene establecer un procedimiento a seguir de acuerdo con la incógnita y la relación entre los datos. Al mismo tiempo, habría que tener presente que la comprensión del problema es un requisito fundamental para diseñar un plan. Trabajar en estos dos pasos de manera interrelacionada podría propiciar desempeños más eficaces. Las preguntas sugeridas por Polya (1965: 20) pueden ser de utilidad para ayudar a los alumnos a establecer un plan: ¿Conoce un problema relacionado con éste? ¿Podría enunciarlo de otra forma? ¿Ha empleado todos los datos?

El análisis de los planes de los alumnos permitió detectar la importancia de implementar y fomentar formas creativas de aproximarse a los problemas matemáticos. En este sentido, compartimos la posición de Escareño (2005: 77) y Fuenlabrada (2005: 32) sobre la importancia de permitir a los niños ensayar formas novedosas y particulares de resolver problemas, más allá de los métodos convencionales. Los alumnos con acercamientos más creativos podrían socializar sus procedimientos y colaborar con sus compañeros en el desarrollo de estrategias, explotando así la zona de desarrollo próximo sugerida por Vygotsky.

Al mismo tiempo, es relevante tomar en cuenta el impacto que tienen las creencias de los alumnos al momento de resolver un problema matemático. Al parecer siguen reproduciendo la creencia de que “los estudiantes corrientes no pueden esperar entender matemática, simplemente esperan memorizarla y aplicarla cuando la hayan aprendido mecánicamente” (Shoenfeld, citado en Barrantes, 2006: 6). Es apremiante combatir este tipo de creencias y favorecer en el aula un clima que fortaleza la autoeficacia y los autoconcepto de los alumnos.

4. *Ejecución del plan (heurísticas)*

La ejecución del plan se refiere a las estrategias que implementa un alumno para resolver un problema. De acuerdo con Polya (1965: 27), al ejecutar el plan se comprueba cada uno de los pasos seguidos. Si el

plan está bien concebido su realización es factible, y si además se poseen los conocimientos y el entrenamiento necesarios debería ser posible llevarlo a cabo sin contratiempos. Si aparecen dificultades será necesario regresar a la etapa anterior para realizar ajustes al plan o incluso para modificarlo por completo.

Por su parte, Schoenfeld (citado en Barrantes, 2006: 2) resalta la importancia de contar con un buen repertorio de estrategias para la resolución de problemas; sin embargo, advierte que es necesario tener presente que las reglas heurísticas no son infalibles y el éxito de su aplicación depende mucho de la experiencia, el juicio y el buen sentido de quien las use.

Para analizar las estrategias empleadas por los estudiantes, la investigación retomó la división propuesta por Rizo y Campistrous (1999: 37) en dos grandes categorías: reflexivas e irreflexivas. Las primeras requieren de un proceso de análisis previo, que permite asociar la vía de solución a factores estructurales, mientras que las irreflexivas responden a un proceder prácticamente automatizado, sin pasar por un análisis.

Los hallazgos del estudio muestran que hay una mayor incidencia de procedimientos reflexivos que irreflexivos, pero su frecuencia fue mucho menor al tratarse de problemas más difíciles, específicamente los de geometría. Se puede afirmar que la ausencia de marcos conceptuales adecuados y la deficiente comprensión se combinan de manera desafortunada en los problemas más complejos, agotando las posibilidades de razonamiento lógico de los niños y conduciéndolos a echar mano de métodos que están fuera de toda lógica.

Ante la ausencia de comprensión y de un plan justificado, los alumnos recurren frecuentemente a la realización de operaciones con los datos proporcionados, aunque éstas carezcan de sentido. Esto confirma los hallazgos de Rizo y Campistrous (1999: 39), quienes advierten una "tendencia ejecutora" entre los niños y la creencia de que "un problema siempre debe conducir a resolver operaciones".

La estrategia irreflexiva más frecuente fue tratar adivinar la operación correcta, lo que corrobora que persiste la creencia en las matemáticas como algo desligado de la realidad, en donde sólo hay que aplicar algoritmos y fórmulas irreflexivamente.

Se advierte que el repertorio de estrategias empleadas por los estudiantes no es muy amplio y tiende a concentrarse prácticamente en una: la selección de la operación pertinente según la incógnita. Si bien ésta puede ser una estrategia efectiva, no siempre condujo a respuestas correctas y su efectividad, contradictoriamente, tiende a disminuir en los problemas más fáciles (números fraccionarios y tratamiento de la información). Aun en problemas de geometría, donde la estrategia más idónea sería diseñar un dibujo, fue ésta la predilecta por los niños. Esto confirma la tendencia ejecutora ya mencionada. Es decir, los niños parecen recurrir de manera automática a la realización de cálculos, aunque éstos no sean indispensables.

Los hallazgos sobre los procedimientos exhibidos por los alumnos parecen confirmar algunas de las conclusiones del trabajo de Arteaga y Guzmán (2005: 46) sobre la importancia de trabajar con problemas de diferente naturaleza para estimular el desarrollo de estrategias y habilidades diversas en los niños. Para tal efecto podría ser de gran ayuda el trabajo colaborativo, con la intención de analizar y valorar distintos procedimientos en la exploración de los problemas y en la búsqueda de soluciones. Así se avanzaría hacia la construcción del conocimiento de manera colectiva.

Al mismo tiempo, trabajar con diferentes procedimientos, especialmente estrategias reflexivas —como ordenar los datos y tenerlos presentes y apoyarse en esquemas y dibujos—, son heurísticas que fortalecen la comprensión del problema y pueden conducir a formas más eficaces de resolverlos.

5. *Verificación de resultados*

Por último, se confirma la importancia de la verificación de los resultados después de realizar la tarea. Muchos alumnos, al explicar nuevamente el procedimiento realizado, detectaron sus propios errores, lo cual, desde el paradigma constructivista, devuelve a las evaluaciones su verdadero sentido dentro de un proceso cíclico y no como cúspide del mismo. Es preciso fomentar esta visión retrospectiva entre los niños.

Consideraciones finales

Nuestra preocupación central es cómo podemos apoyar a nuestros niños para que tengan un mejor desempeño en la resolución de problemas. Para esto parece necesario:

- Afianzar las nociones básicas de los estudiantes, prestar más atención a los vacíos que experimentan en torno a los conocimientos conceptuales críticos, como los de geometría.
- Centrar el trabajo pedagógico en que los alumnos construyan las nociones y los conceptos básicos de las matemáticas por ellos mismos, de tal manera que se vuelvan recursos propios y no recetas al momento de resolver los problemas.
- Poner más atención en la lectura de comprensión y en estimular el establecimiento de relaciones entre los datos, así como en la generación de inferencias a partir de las situaciones planteadas.
- Implementar y fomentar formas creativas de aproximarse a los problemas matemáticos. Utilizar problemas verdaderos —retos significativos— y clarificar el tipo de competencias a evaluar.
- Recurrir a verdaderos problemas —esto es, situaciones reales o hipotéticas plausibles para el alumno— que planteen retos significativos y que, como propone Alsina (2007: 90), activen su interés y su mente. Es necesario desestimar el uso de ejercicios que demandan respuestas mecánicas, que sólo recurren a la memorización de un algoritmo.

Notas

[1] Agradecemos a las autoridades del Centro de Investigaciones de Modelos Educativos (CIME) permitirnos difundir los resultados de este estudio. Hacemos una mención especial a Gustavo

Saldaña Jattar y Olga Santillán González por su participación en la realización de la investigación.

[2] El MMC se sustenta en un enfoque constructivista, por lo que para el análisis retomamos el marco conceptual de la teoría constructivista del aprendizaje y su aplicación en el campo de las matemáticas, así como algunas aproximaciones teóricas y metodológicas al análisis de las estrategias de resolución de problemas matemáticos, particularmente los aportes de Polya y Shoenfeld.

Referencias

Alsina, C. "Si Enrique VIII tuvo 6 esposas, ¿cuántas tuvo Enrique IV? El realismo en educación matemática y sus implicaciones docentes". *Revista Iberoamericana de Educación*, 43 (2007): 85-101.

Arteaga, J., y J. Guzmán. "Estrategias utilizadas por los alumnos de quinto grado para resolver problemas verbales de matemáticas". *Educación Matemática*, año/vol. 17, núm. 1 (abril de 2005): 33-53.

Campistrous, L., y C. Rizo. "Estrategias de resolución de problemas en la escuela. Cuba". *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, vol. 2, núm. 3 (1999): 31-45.

Barrantes, H. "Resolución de problemas. El trabajo de Allan Schoenfeld". *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática*, núm. 1 (2006). Disponible en: <http://www.cimm.ucr.ac.cr/cuadernos/cuaderno1/Cuadernos%201%20c%204.pdf>.

Escareño, F. "Enseña a resolver problemas aritméticos con ayuda de representaciones". *Aprender a enseñar matemáticas*. Coords. A. Guerrero y I. Vidales. México: Colegio de Estudios Científicos y Tecnológicos del Estado de Nuevo León, 2005 (Altos Estudios, 2).

Fuenlabrada, I. "Los problemas, recurso metodológico en el que los números y sus relaciones encuentran significado". *Aprender a enseñar matemáticas*. Coords. A. Guerrero y I. Vidales. México: Colegio de Estudios Científicos y Tecnológicos del Estado de Nuevo León, 2005 (Altos Estudios, 2).

Instituto Nacional para la Evaluación de la Educación (INEE). *El aprendizaje del español y las matemáticas en la educación básica en México: Sexto de primaria y tercero de secundaria*. México: INEE-Dirección de Pruebas de Medición, 2006.

Larios, V. "Constructivismo en tres patadas". *Revista Electrónica de Didáctica de las Matemáticas*, año 1, núm. 1. Disponible en: <http://www.uaq.mx/matematicas/redm/>.

Novack, J. "Constructivismo humano: un consenso emergente". *Revista de Investigación y Experiencias Didácticas: Enseñanza de las Ciencias*, 6 (3) (1988): 213-223.

Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico (OCDE). "La definición y selección de competencias clave. Resumen ejecutivo" (consulta: 10 de marzo de 2009). Disponible en: <http://www.deseco.admin.ch/bfs/deseco/en/index/03/02.parsys.78532.downloadList.94248.DownloadFile.tmp/2005.dscexecutivesummary.sp.pdf> (2004a).

Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico (OCDE). "Informe PISA 2003: Aprender para el mundo del mañana" (consulta: 10 de marzo de 2010) <http://www.oecd.org/dataoecd/59/1/39732493.pdf> (2004b).

Polya, G. *Cómo plantear y resolver problemas*. México: Trillas, 1965.

Valle, M.C., M.A. Juárez y M.E. Guzmán. "Estrategias generales en la resolución de problemas de la olimpiada mexicana de matemáticas". *Revista Electrónica de Investigación Educativa*, 9 (2). (consulta: 12 de agosto de 2009). Disponible en: <http://redie.uabc.mx/vol9no2/contenido-valle.html> (2007).

Secretaría de Educación Pública (SEP). "Estadísticas de la prueba ENLACE". Dirección General de Evaluación (consulta: 10 de marzo de 2010). Disponible en: <http://enlace.sep.gob.mx/ba/db/stats/COMPARA_NAC_2006_2009.xls> (2010).

Schoenfeld, A. *Mathematical Problem Solving*. Orlando: Academia Press, 1985.

Solaz-Portolés, J., y V. Sanjosé. "Conocimiento previo, modelos mentales y resolución de problemas. Un estudio con alumnos de bachillerato". *Revista Electrónica de Investigación Educativa*, 10 (1) (consulta: 05 de mayo de 2009). Disponible en: <http://redie.uabc.mx/contenido/vol10no1/contenido-solaz.pdf> (2008).