DINÁMICA MACROECONÓMICA Y LA CURVA DE PHILLIPS BAJO DIVERSOS SUPUESTOS SOBRE EL MECANISMO DE AJUSTE SALARIAL

Alejandro Rodríguez Arana*
Banco de México

Resumen: En un contexto macroeconómico simple, cuando los salarios nominales se fijan mediante una regla de indexación basada totalmente en variables del pasado, un choque en alguna variable nominal o real propicia que el producto y la inflación comiencen a oscilar, a veces en forma estable y otras de forma explosiva. Si las oscilaciones son estables, en muchos casos aparece una dinámica peculiar, probablemente compleja, en donde el producto y la inflación observan ciclos de orden múltiple, los cuales, a pesar de todo, muestran patrones definidos.

El modelo de este trabajo sugiere que, en contextos más realistas, cambios marginales en ciertas reglas de ajuste de precios podrían generar hipersensibilidad de las variables macroeconómicas a los parámetros, así como inestabilidad dinámica.

Abstract: In a quite simplified model, when nominal wages are completely predetermined, different macroeconomic shocks produce oscillations in output and inflation that can be stable or explosive. If they are stable, in many cases a peculiar dynamics, perhaps complex, appears, where output and inflation show cycles of multiple order. Even in those cases the cycles show well defined patterns.

The model of this work suggests that in more real contexts marginal changes in certain rules of price adjustment could generate hyper sensibility of macroeconomic variables to some parameters, as well as dynamic instability.

Clasificación JEL: C610 E32 E37

Fecha de recepción: 21 VIII 2003 *Fecha de aceptación: 16 III 2004*

* Este artículo se escribió cuando era profesor titular de tiempo completo en la Universidad Iberoamericana. Las opiniones aquí vertidas son responsabilidad exclusiva del autor, arodrigueza@banxico.org.mx.

1. Introducción

Los modelos de curva de Phillips tradicionales (Blanchard, 1990; Friedman, 1968; Phelps 1967, 1970) establecen una relación positiva y unitaria entre la inflación presente y la pasada, y una relación negativa entre aquélla y la tasa de desempleo. Cuando esta especificación –que de alguna manera representa la oferta agregada en el plano inflación-desempleo (ver King, 2000)– se junta con una demanda agregada dinámica tradicional,[1] el resultado es un equilibrio que converge a una tasa natural de desempleo (ver Blanchard, 1990).[2]

No obstante, aunque la curva de Phillips tradicional puede ser consistente en ciertos contextos,[3] su forma podría ser criticable en otros casos. Específicamente, cuando los precios se forman con base en un margen de ganancia sobre los salarios (Blanchard, 1990; Taylor, 1979 y L. Taylor, 1991), y estos están predeterminados –es decir se basan exclusivamente en variables del pasado (Benassy, 2002)– la forma de la curva de Phillips cambia marginalmente con respecto a la tradicional. Al juntar esta versión modificada de la curva de Phillips con la demanda agregada usual, el cambio en apariencia menor no altera el estado estacionario del sistema, pero modifica de manera sustancial la dinámica del mismo a diversos choques reales y monetarios.

En el contexto de este trabajo utilizando la versión modificada de la curva de Phillips las oscilaciones nunca convergen y pueden ser

---

[1] Esta demanda es la que establece una relación positiva entre el ingreso y la cantidad real de dinero. Dinámicamente entre el crecimiento del ingreso y la diferencia entre la tasa de creación de dinero y la inflación, y ha sido utilizada por diversos autores. Ver, por ejemplo, Fischer (1977), Taylor (1979, 1980), Bean (1983), Blanchard (1990), Blanchard y Fischer (1989, cap. 10).

[2] Recientemente ha habido un fuerte movimiento que ha hecho surgir lo que se conoce como la nueva curva de Phillips, la cual especifica la inflación actual en función de las expectativas de inflación futura y de la tasa de desempleo o el producto. La especificación surge de la idea de que diversos precios están invariables por largos períodos y su fijación toma en cuenta cómo se determinan los precios futuros de otros bienes. Ver King (2000), Gali (2000) y Gali y López Salido (2001) para una explicación más concreta de este nuevo enfoque. Asimismo, el enfoque de la curva de Phillips tradicional no se ha abandonado. En tiempos relativamente recientes Fair (2000) hace una evaluación econométrica de dicho enfoque. En términos teóricos Jadresic (1997, 2001) y Ghezzi (2001) también analizan los efectos de la indexación atrasada en la formación de la curva de Phillips.

[3] Por ejemplo, cuando hay rendimientos decrecientes en el factor trabajo y la indexación salarial atiende sólo a precios del pasado y no a tasas de desempleo.

estacionarias o explosivas, mientras que el enfoque tradicional implica que un choque monetario o real propicia oscilaciones convergentes del producto y la inflación. Más aún, los patrones dinámicos alcanzan cierto grado de complejidad y de acuerdo con el análisis puede haber ciclos de orden infinito. En ocasiones, cambios marginales de los parámetros modifican fuertemente la forma de dichos ciclos.

La realidad es mucho más compleja que el modelo aquí analizado, pero por lo mismo surge un cuestionamiento que parece relevante. Si un contexto tan simplificado presenta tal sensibilidad dinámica a una modificación poco sustancial en alguna regla, ¿no serán tales efectos todavía más poderosos en un contexto más realista? Así, los resultados de este trabajo podrían ser importantes, no porque reproduzcan de manera fehaciente lo que sucede en economías reales, sino porque sugieren que en la realidad podría haber una gran sensibilidad de algunas variables macroeconómicas clave a las reglas de ajuste de salarios u otros precios (hipersensibilidad a las reglas). También sugieren que podría existir una muy fuerte sensibilidad de la producción y otras variables a cambios marginales en los parámetros (hipersensibilidad a los parámetros).

La presencia de oscilaciones normalmente reduce el bienestar con respecto a situaciones estacionarias, pues el consumo también oscila alrededor de su tendencia. Sin embargo, un consumo estable proporciona mayor utilidad que uno que está variando, aunque en promedio sean iguales.

El artículo está compuesto por tres secciones. La primera lleva a cabo un análisis dinámico en un modelo bastante tradicional de curva de Phillips aumentada. La segunda hace lo mismo en un modelo donde se supone que los salarios nominales se fijan exclusivamente con respecto a variables pasadas. Finalmente, la tercera sección profundiza en algunos aspectos del análisis dinámico de los dos casos estudiados.

2. Análisis dinámico de un modelo de curva de Phillips tradicional (modelo I)

Los dos modelos a analizar parten de una ecuación de margen de ganancia sobre los salarios (ver, por ejemplo, Blanchard (1990) para una explicación sobre las razones de utilizar esta versión). El nivel general de precios toma la siguiente forma

$$P_t = (1 + \tau)W_t \tag{1}$$

Donde P es el nivel general de precios y τ el margen de ganancia. Por simplificación se supone que el coeficiente técnico entre el trabajo y el producto es uno. Esto implica que la productividad del trabajo es constante.

La ecuación anterior llevada a términos logarítmicos, y si el margen de ganancia es relativamente pequeño, da como resultado

$$p_t = \tau + w_t \tag{2}$$

Donde las variables en minúscula son el logaritmo de las variables en mayúscula ya definidas.

Por otra parte el salario nominal se determina de la siguiente forma

$$w_t = p_{t-1} + \pi_{t-1} + \delta y_t \tag{3}$$

Donde w es el logaritmo del salario nominal y y el logaritmo de la producción total de la economía.

La ecuación (3) está compuesta de dos partes. La primera que es $p_{t-1} + \pi_{t-1}$ indica que, dado un nivel de ingreso constante, la indexación atrasada de los salarios nominales protege al salario real contra cambios en el nivel de precios (por el p_{t-1}) y de la tasa de inflación (por el π_{t-1}). Si estos llegaran a ocurrir, la posterior estabilización de la inflación en un valor constante haría que el salario real tomara un valor independiente de dicha inflación.[4]

La segunda parte de la ecuación (3) indica que mientras mayor sea el nivel de producción de la economía, mayor será el poder de negociación de los sindicatos para aumentar salarios nominales. Esto es así, porque como el producto depende positivamente del empleo, un incremento de aquél con una fuerza de trabajo dada implica una reducción de la tasa de desempleo. Con menor trabajo disponible para utilizar, los sindicatos pueden incrementar sus demandas salariales.

El parámetro δ es un indicador que varía de forma inversa con el poder monopólico de los sindicatos. Si δ es cero, habrá un gran poder monopólico porque los líderes de los trabajadores podrán fijar el salario nominal independientemente de cuál sea la tasa de desempleo. Si por el contrario δ es inmensamente grande, el producto y el desempleo se convertirán en parámetros del modelo y los sindicatos no tendrán ningún poder para fijar salarios nominales.

---

[4] Diversos estudios recientes analizan los efectos macroeconómicos de la indexación atrasada. Ver, por ejemplo, Calvo y Vegh (1994), Crowley (1997), Ghezzi (2001), Jadresic (2001).

Al restar el logaritmo del nivel de precios de ambos lados de la ecuación (3) se obtiene

$$w_t - p_t = \pi_{t-1} - \pi_t + \delta y_t \tag{4}$$

Esta ecuación confirma lo dicho con anterioridad: cuando la inflación toma un valor constante, el salario real dependerá sólo del ingreso.[5]

La ecuación (3) es compatible con la curva de salarios de Blanchflower y Oswald (1994). El salario nominal depende en forma negativa de una referencia de precios y de la tasa de desempleo. Blanchard (1990) presenta una formación de salarios compatible con la curva de Phillips de Milton Friedman y Edmund Phelps (Friedman, 1968; Phelps, 1967, 1970). No obstante, Blanchard y Pérez Enrri (2000, caps. 15 al 17. En especial la página 332 explica la especificación de la ecuación de salarios) muestran una determinación de salarios similar a la aquí referida.[6]

La diferencia entre la especificación de salarios compatible con Blanchflower y Oswald y la de Friedman y Phelps es que, en la primera la tasa de ganancia queda directamente relacionada con la inflación contemporánea, mientras que en la segunda la tasa de ganancia se elimina de la curva de Phillips de precios.

Sustituimos (3) en (2) y se obtiene[7]

$$\pi_t = \tau + \pi_{t-1} + \delta y_t, \tag{5}$$

que es una curva de Phillips aumentada tradicional. Dicha función presenta un coeficiente unitario para la inflación pasada. Si en el largo plazo la inflación es constante, el producto no depende de dicha tasa.

---

[5] Blanchard (1990) presenta una forma funcional donde el cambio en el salario nominal depende positivamente de la inflación atrasada y del ingreso. El resultado en términos cualitativos será una curva de Phillips muy similar a la aquí obtenida, sólo que en el caso de Blanchard la inflación no depende de la magnitud de la tasa de ganancia y en este caso sí.

[6] Existe una fuerte controversia sobre si los salarios se forman de la manera descrita por Friedman y Phelps, o si se forman como Blanchflower y Oswald sugieren. Roberts (1997) muestra que bajo un contexto de contratos de salarios traslapados ambas visiones pueden ser compatibles.

[7] Si se toma la visión de Friedman y Phelps, entonces $w_t - w_{t-1} = \pi_{t-1} + \delta y_t$ y, por lo tanto, si utilizamos la ecuación (1) la curva de Phillips en precios queda especificada como: $\pi_t = \pi_{t-1} + \delta y_t$. Cambios en la tasa de ganancia afectan el nivel de precios pero no el de inflación.

Por lo mismo, resulta inútil utilizar la política monetaria para incrementarlo y puede decirse que existe una tasa natural de desempleo.[8]

Por el lado de la demanda agregada el supuesto va a ser, prácticamente, idéntico al utilizado por muy diversos autores (ver Taylor, 1979, 1980; Fischer, 1977, Blanchard, 1990 y Blanchard y Fischer, 1989, cap. 10, p. 518). La demanda agregada depende de manera positiva de la cantidad real de dinero. En este caso supondremos también una elasticidad unitaria, que es el caso analizado por Blanchard y Fischer (1989), Fischer (1977) y Taylor (1979, 1980). Otros autores como Bean (1983) y Blanchard (1990) consideran casos en que la elasticidad es distinta de uno.[9]

$$y_t = m_t + V(t) - p_t \tag{6}$$

Esta es una ecuación de demanda agregada directamente relacionada con la teoría cuantitativa del dinero. La demanda total por ingreso está relacionada de manera positiva con la cantidad de dinero m y con la velocidad de circulación del dinero V, y de forma negativa con el nivel general de precios.

Un supuesto adicional será que la velocidad de circulación del dinero crece en el tiempo, lo cual es razonable. En décadas recientes ha habido grandes cambios tecnológicos en el sector financiero y la demanda de dinero ha tendido a caer, incrementándose la velocidad.

Para simplificar lo antes descrito, el supuesto será que la velocidad de circulación del dinero se comporta en el tiempo en forma lineal:

$$V = vt \tag{7}$$

Donde v es una constante.

Si restamos (6) de su rezago y arreglamos términos se llega a

---

[8] Este supuesto surge por la especificación de la ecuación de salarios que supone indexación perfecta. Si la indexación sobre la inflación no fuera perfecta, de modo que $w_t = p_{t-1} + \beta\pi_{t-1} + \delta y_t$ donde $\beta < 1$, la curva de Phillips sobre precios sería $\pi_t = \tau + \beta\pi_{t-1} + \delta y_t$, y habría una sustitución de largo plazo (*trade off*) entre inflación y desempleo. Diversos autores han encontrado empíricamente una sustitución de largo plazo entre inflación y desempleo en Estados Unidos (Gordon, 1972; Brainard y Perry, 2000 y Fair, 2000). A nivel teórico Akerlof, Dickens y Perry (1996, 2000) han estudiado porqué podría haber una sustitución de largo plazo entre inflación y desempleo.

[9] Una elasticidad unitaria de la demanda de ingreso con respecto a la cantidad real de dinero es una versión de la teoría cuantitativa del dinero.

$$y_t - y_{t-1} = \mu - \pi_t + v \tag{8}$$

μ es la tasa de creación de dinero, la cual se supone constante.

El sistema de ecuaciones en diferencias que resuelven para la inflación y el producto queda conformado por las ecuaciones (5) y (8) y se repite por conveniencia:

$$\pi_t = \pi_{t-1} + \delta y_t + \tau \tag{9}$$

$$y_t - y_{t-1} = -\pi_t + \mu + v \tag{10}$$

En corto plazo (en el momento t) este sistema resuelve para el valor puntual de la inflación y el producto. En largo plazo el sistema resuelve para la trayectoria de ambas variables. El sistema debe responder cómo ante perturbaciones monetarias (cambios en μ o v) o reales (cambios en τ o δ) se afectan la inflación y el producto en el corto plazo (en t) y en su trayectoria de largo plazo.

2.1. *Solución del modelo I cuando la tasa de creación monetaria es constante*

El modelo I, representado por las ecuaciones (9) y (10) en su forma estructural, puede representarse en su forma reducida de corto plazo como un vector autorregresivo de las variables π y y

$$\pi_t = \frac{\pi_{t-1}}{1+\delta} + \frac{\delta y_{t-1}}{1+\delta} + \frac{\tau}{1+\delta} + \frac{\delta}{1+\delta}(\mu + v) \tag{11}$$

$$y_t = \frac{-\pi_{t-1}}{1+\delta} + \frac{y_{t-1}}{1+\delta} + \frac{\mu + v - \tau}{1+\delta} \tag{12}$$

La solución de estado estacionario de este modelo $\pi_t = \pi_{t-1}$ y $y_t = y_{t-1}$ es:

$$y_t = -\frac{\tau}{\delta} \tag{13}$$

$$\pi_t = \mu + \nu \tag{14}$$

En el estado estacionario el producto depende negativamente de los dos poderes monopólicos de la economía: el de los empresarios, representado por el margen de ganancia τ, y el de los trabajadores representado por $(1/\delta)$. Los choques monetarios no tienen efecto sobre el producto del estado estable.

La solución estacionaria también indica que la inflación es un fenómeno puramente monetario, y no depende de los poderes monopólicos de trabajadores y empresarios. Esta visión contrasta con la sostenida por las escuelas post-keynesiana y estructuralista (ver Desai, 1973; Rowthorn, 1977 y L. Taylor, 1991).[10] No obstante, el resultado es válido sólo para el estado estacionario.

La pregunta a contestar ahora es: ¿de qué manera un choque monetario o real altera el equilibrio de corto y largo plazo de la economía? El ejercicio supondrá que antes del choque la tasa de creación de dinero es constante. Una vez que el choque tiene lugar sigue siendo constante.

Una primera forma de contestar lo anterior resulta de investigar las raíces características del modelo en su forma reducida (ecuaciones (11) y (12)). Cuando dichas raíces son menores que la unidad, el modelo converge en el largo plazo a un nuevo estado estacionario. Si además dichas raíces son complejas, habrá oscilaciones en las principales variables de la economía.

Las raíces características del sistema (11) y (12) son:

$$r_{1,2} = \frac{1}{1+\delta} \pm \sqrt{\frac{-\delta}{(1+\delta)^2}} \tag{15}$$

Como δ es un valor siempre positivo, las raíces son siempre complejas y pueden representarse de la siguiente forma

$$r_{1,2} = \frac{1}{1+\delta} \pm \frac{\delta^{1/2}}{(1+\delta)} i, \tag{16}$$

donde i es la raíz cuadrada de -1, que es un número imaginario.

Para saber si existen raíces unitarias es necesario evaluar la raíz cuadrada de la suma del primer término de (16) y del término que multiplica al número i (ver por ejemplo Chiang, 1984, cap. 15, p. 513). En este caso el valor de la suma mencionada es:

$$\frac{1}{(1+\delta)^{1/2}} < 1 \tag{17}$$

[10] En particular L. Taylor (1991 p. 87) supone un mecanismo de indexación salarial similar al aquí expresado, y encuentra que la inflación puede depender del conflicto distributivo entre los patrones que imponen una tasa de ganancia y los trabajadores que indexan sus salarios hacia atrás. Un mecanismo similar fue estudiado con anterioridad por Modigliani y Padoa- Shioppa (1978)

El valor es menor que uno pues δ siempre es mayor que cero. Lo anterior implica que el modelo formado por las ecuaciones (11) y (12) tiene raíces menores que la unidad y converge al equilibrio estacionario. Más aún, como las raíces representadas en (16) son complejas, el modelo desplegará siempre oscilaciones convergentes alrededor del estado estacionario.

El valor de δ indica de que manera se dan las oscilaciones. Si δ es muy pequeña, casi tendiendo a cero, la ecuación (17) muestra que el valor $1/(1+\delta)^{0.5}$ es menor pero muy cercano a uno. En este caso, el modelo casi presenta raíces unitarias y el equilibrio converge, pero de forma lenta con grandes oscilaciones. En cambio, cuando δ es muy grande el modelo está muy lejos de las raíces unitarias y la convergencia al equilibrio estacionario también es oscilatoria pero más rápida.

El resultado anterior tiene gran importancia desde el punto de vista económico. δ es un valor inversamente relacionado con el poder monopólico de los trabajadores. Cuando dicho poder es muy grande, la salida del equilibrio producirá un ajuste más lento que si el mercado de trabajo fuera más competitivo. La mayor cantidad de ciclos pronunciados por la falta de competencia tendrá, muy posiblemente, un efecto negativo en el bienestar de la sociedad (ver Poole, 1970; Bean, 1983 o Taylor, 1979, 1980, para un análisis de ciclos y bienestar social).

En este modelo la tasa de ganancia τ no tiene una influencia en la forma que toman las oscilaciones, pero sí influye en el valor que finalmente tiene la producción.[11] A su vez, el poder monopólico de los sindicatos influye tanto en la dinámica como en el valor de equilibrio de la producción. Desde el punto de vista económico habría que combatir ambos poderes monopólicos. No obstante, si el objetivo fuera reducir el tiempo de ajuste al equilibrio habría primero que incrementar la competencia en el mercado de trabajo.

Al partir de un estado estacionario, un aumento en la tasa de creación de dinero o de la trayectoria de su velocidad de circulación tendría, en primera instancia, un efecto positivo sobre la producción y la tasa de inflación, lo cual puede observarse en las formas reducidas de corto plazo (11) y (12). Después de ese impacto, la economía

[11] Este resultado surge porque la tasa de ganancia es constante. Sin embargo, hay modelos donde la tasa de ganancia depende del ingreso, algunas veces en forma positiva como lo sugiere L. Taylor (1991, p. 87) o negativa, como es el caso propuesto por Romer (1996, cap. 5). Ambos autores, no obstante, también consideran el caso en el que la tasa de ganancia es independiente del nivel de producción.

convergiría en forma cíclica al nuevo estado estacionario, donde la inflación sería mayor y la producción igual a la inicial. Como el equilibrio es cíclico, habría continuas recesiones y expansiones, aunque menos pronunciadas conforme pasa el tiempo.

Por otra parte, un aumento en la tasa de ganancia τ tendría, en un primer momento, un efecto negativo sobre el producto y positivo sobre la inflación (ver ecuaciones (11) y (12)). En el largo plazo el producto caería y la inflación volvería a ser igual a $\mu + v$. En este punto surge una parcial reconciliación de este enfoque con el estructuralista o post-keynesiano: una economía que se vuelve más monopólica, efectivamente, presenta un período donde la inflación promedio es mayor que sus fundamentos monetarios, ya que el producto promedio está cayendo.[12]

3. Análisis dinámico de un modelo donde los salarios nominales se fijan sólo con base en variables retrasadas (modelo II)

Versiones muy similares al modelo I han sido utilizadas para explicar el ciclo económico. Con supuestos diferentes a los aquí expuestos el modelo podría todavía seguir siendo útil. Por ejemplo, si hay rendimientos decrecientes en el factor trabajo y la indexación salarial no incluye el ingreso presente –es decir, hay total poder monopólico de los sindicatos– el modelo resultante es una versión muy parecida a la expuesta en este trabajo.[13] También el equilibrio sería convergente y siempre exhibiría oscilaciones.[14]

Es probable que el poder monopólico de los sindicatos esté siempre limitado por la magnitud del producto y de la tasa de desempleo, por lo que parece recomendable incluir la producción o el desempleo

---

[12] Sin embargo, debido a la trayectoria oscilatoria de las variables económicas habría ciertos momentos en la transición en que la inflación caería por debajo de sus fundamentos monetarios.

[13] Versiones donde la regla salarial no incluye la tasa de desempleo o el ingreso han sido propuestas por Fischer (1977) y Gray (1976). Estas trabajan con rendimientos decrecientes en el factor trabajo y en ellas se observa una relación negativa entre el producto y el salario real, lo que ha sido criticado por diversos autores (ver Blanchard, 1990 y Romer, 1996).

[14] Blanchard (1990) afirma que cuando la cantidad de dinero aumenta de una vez por todas el modelo puede o no exhibir oscilaciones. Este artículo muestra, no obstante, que cuando hay cambios en la tasa de creación de dinero el modelo siempre exhibe oscilaciones.

en la ecuación de salarios. Sin embargo, cuando hay un esquema parcial o total de indexación atrasada, la inclusión de la producción en la forma en que se llevó a cabo en la sección anterior –y en otros trabajos[15]– puede contener una contradicción. La explicación se expone a continuación.

Si los salarios nominales se fijan durante el período en cuestión, por ejemplo en t, no deberían contener un elemento de indexación atrasada, ya que los precios de dicho período son observables. De este modo, los salarios nominales pueden buscar una referencia real directamente en los precios del período t. Para que la indexación atrasada tenga sentido es necesario suponer que los salarios que prevalecerán en t se fijan antes de que comience dicho período.

De acuerdo con lo anterior, si los salarios se fijan antes de t, entonces el ingreso en t no puede ser uno de sus argumentos, porque no es observable en el momento de la fijación. En todo caso, la referencia tendría que ser una expectativa de ingreso, pero si así fuera, en lugar de la indexación atrasada también debería haber un esquema donde los salarios se fijaran en relación con una expectativa de precios.

Podría argumentarse que los salarios nominales tienen dos partes, una fija que se contrata antes de t, que consiste en la indexación atrasada, y una móvil que se da durante t, que está relacionada con el ingreso observado en ese período (por ejemplo, bonos de actuación). Sin embargo, esta práctica también podría criticarse con un argumento lógico: si los salarios nominales pueden modificarse por el ingreso observado, también deberían poder hacerlo por los precios observados. Si tal fuera el caso, el ajuste también debería incluir la parte de los salarios que está indexada hacia atrás.

Diversos autores (ver Fischer, 1977 y Benassy, 2002) examinan ejemplos en los cuales los salarios nominales están predeterminados. Si tomamos este caso, no es lógico suponer que en la ecuación de salarios en t intervenga el ingreso presente, parece más razonable incluir el ingreso pasado. Este argumento cobra relevancia porque el poder de los sindicatos se ejerce en el momento de establecer salarios y ese poder está relacionado con el ingreso de t-1, no con el ingreso de t. De modo que un cambio muy plausible de la regla salarial sería el siguiente:[16]

---

15 Tobin (1972), Gordon (1972), Blanchard (1990).

16 En un estudio empírico de la curva de Phillips para Estados Unidos, Akerlof, Dickens y Perry (2000) hacen depender la inflación presente, no sólo del desempleo en el presente sino también de los valores de la tasa de desempleo de períodos pasados.

$$w_t = p_{t-1} + \pi_{t-1} + \delta y_{t-1} \tag{18}$$

Este cambio parece menor. En lugar de que los salarios nominales dependan de los precios del pasado y del ingreso presente, ahora lo hacen del ingreso pasado, lo que coincide con el momento en que se fijan. No obstante, el resultado mostrará que la dinámica cambia radicalmente con respecto al caso anterior.[17]

La ecuación (18) ahora se sustituye en la (2), por lo que la curva de Phillips toma la forma

$$\pi_t = \tau + \pi_{t-1} + \delta y_{t-1} \tag{19}$$

La demanda agregada dinámica es la misma que la expresada en la ecuación (8).

3.1. *Solución del modelo II cuando la tasa de creación de dinero es constante*

El sistema de la curva de Phillips (19) con la demanda agregada (8) en forma reducida queda como

$$\pi_t = \pi_{t-1} + \delta y_{t-1} + \tau \tag{20}$$

$$y_t = -\pi_{t-1} + (1-\delta) y_{t-1} + \mu_t + v - \tau \tag{21}$$

El modelo representado por (20) y (21) tiene un estado estacionario idéntico al modelo I y expresado en las ecuaciones (13) y (14). En dicha situación, el producto depende negativamente de los dos poderes monopólicos del modelo. Por su parte, la inflación es igual a la tasa de creación de dinero, más el aumento sistemático en la velocidad de circulación del mismo.

Las raíces características de este modelo son:

$$r_{1,2} = \frac{(2-\delta) \pm \sqrt{(2-\delta)^2 - 4}}{2} \tag{22}$$

En este caso habrá raíces complejas cuando δ sea menor que 4 y raíces reales cuando δ sea igual o mayor que 4.

[17] Muy recientemente Benassy (2002) ha estudiado el efecto que tienen los salarios que se fijan por adelantado en el diseño de la política económica.

Cuando δ es menor que 4, el criterio para saber si hay o no raíces unitarias es el siguiente

$$((1-\frac{\delta}{2})^2+\frac{(4-(2-\delta)^2)}{4})^{1/2}<1 \tag{23}$$

Sin embargo, al desarrollar la operación en el paréntesis resulta que es exactamente igual a la unidad. Esto implica que, cuando hay un poder monopólico de los trabajadores relativamente elevado el modelo tiene raíces unitarias y no converge al estado estacionario.

Cuando hay raíces reales ($\delta \geq 4$), el criterio para saber si el modelo no converge es que, cuando menos, alguna de las raíces sea mayor o igual a la unidad. La ecuación (22) muestra claramente que si δ es exactamente igual a 4 las raíces son repetidas e iguales a menos uno, por lo que, de nuevo, hay raíces unitarias. Si δ es estrictamente mayor que 4, entonces:

$$(1-\frac{\delta}{2})-\frac{\sqrt{(2-\delta)^2-4}}{2} \prec -1 \tag{24}$$

Lo que implica que, al menos, una de las raíces es en valor absoluto mayor que la unidad y el modelo no convergirá, antes bien divergirá del equilibrio.

Un cambio plausible en uno de los supuestos del modelo convierte a este último en inestable. Asimismo, surge una conclusión diametralmente opuesta a la del caso anterior: si el mercado de trabajo se vuelve más competitivo es posible que el modelo sea todavía más inestable.

Con objeto de analizar cómo serían las soluciones aquí descritas, se llevaron a cabo varias simulaciones de las ecuaciones de la forma reducida (20) y (21). El cuadro 1 muestra los supuestos de las simulaciones.

Cuadro 1

Supuestos de las simulaciones del modelo II

	1	*2*	*3*	*4*	*5*
δ	0.5	2.5	3.8	4.0	4.1
τ	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5
μ_0	0.3	0.3	0.3	0.3	0.3
v	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
μ	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5

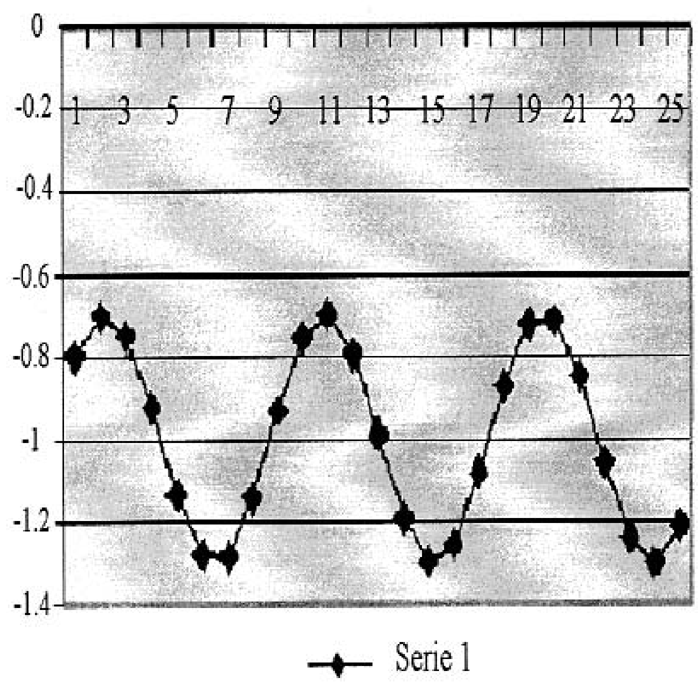
Cuadro 1
(*continuación*)

	1	*2*	*3*	*4*	*5*
π_0	0.3	0.3	0.3	0.3	0.3
y_0	-1.0	-0.2	-0.135	-0.125	-0.122

Las simulaciones suponen que la economía se encuentra en un estado estacionario donde la inflación es 30%, al igual que el incremento en la cantidad de dinero. El experimento consiste en generar una perturbación en dicha tasa (μ), la cual aumenta a 50%. Los resultados para el logaritmo del producto de cada una de las simulaciones pueden observarse en las siguientes gráficas.

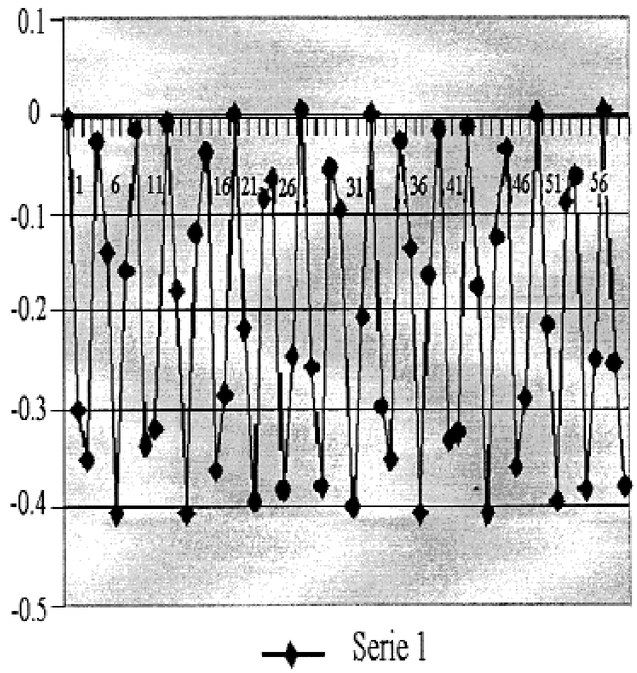
Simulaciones del nivel del logaritmo del producto ante una perturbación en la tasa de creación de dinero

Gráfica 1
Simulación 1. $\delta = 0.5$



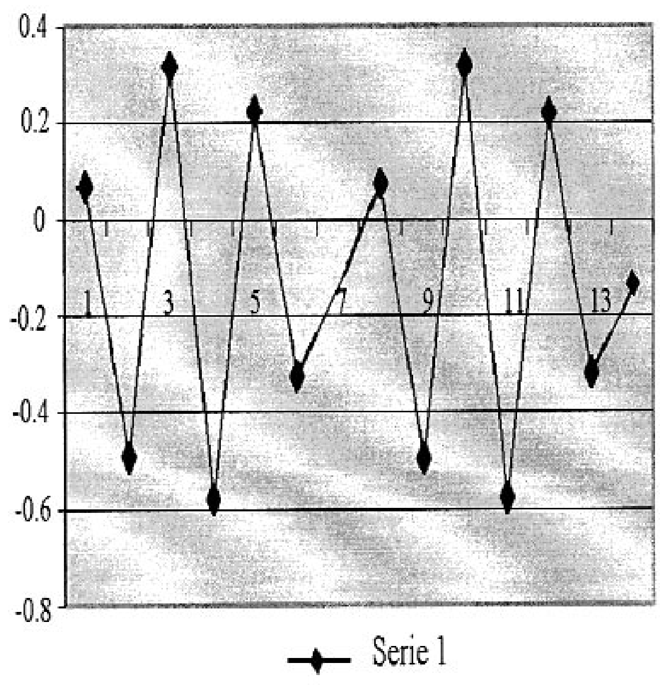
Gráfica 2

Simulación 2. $\delta = 2.5$



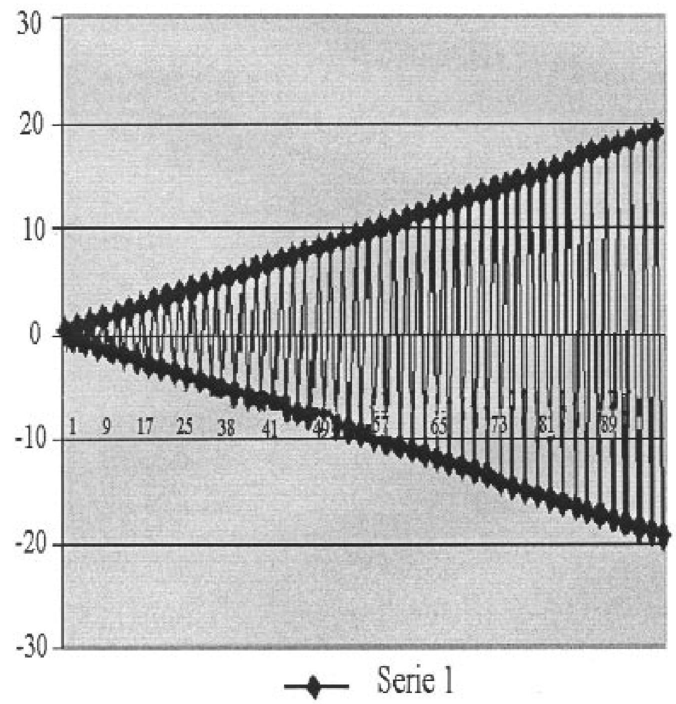
Gráfica 3

Simulación 3. $\delta = 3.8$



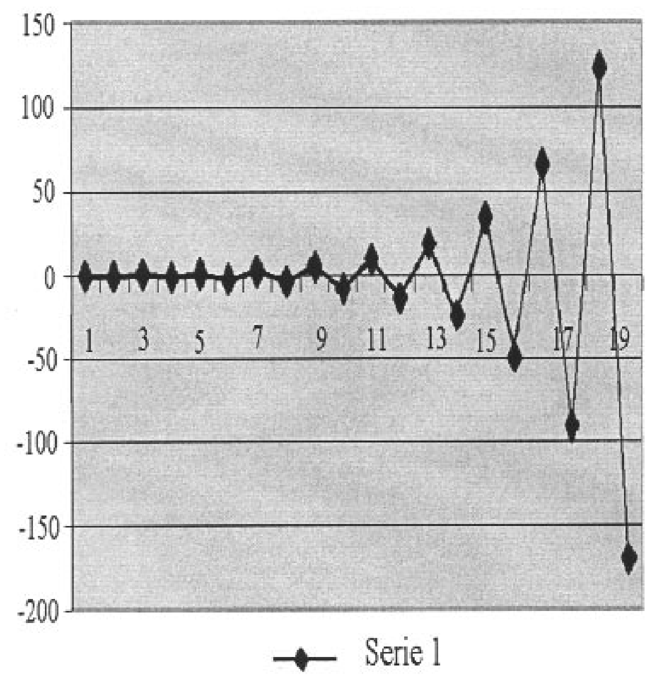
Gráfica 4

Simulación 4. $\delta = 4$



Gráfica 5

Simulación 5. $\delta = 4.1$



Cuando δ es 0.5 las oscilaciones son regulares y estables, pero el modelo nunca converge de nuevo al equilibrio, sino que flota alrededor de él. Mientras δ es menor que 4 el modelo sigue flotando alrededor del equilibrio sin convergir, pero las oscilaciones ya no son siempre tan regulares. Por ejemplo, si $\delta = 2.5$ los ciclos que se forman parecen de orden 8. Lo mismo sucede cuando $\delta = 3.8$. La irregularidad al interior de cada grupo parece estar relacionada con el hecho de que δ tome valores no enteros (ver siguiente sección y apéndice).

El modelo comienza a divergir cuando $\delta = 4$. La divergencia es muy regular. En cambio, un incremento marginal de δ a 4.1 hace que la divergencia sea mucho más violenta y si δ siguiera aumentando sería todavía mayor.

En términos matemáticos, cuando $\delta < 4$ las raíces son exactamente unitarias y, por tal razón, el modelo flota alrededor del equilibrio sin convergir ni divergir. Cuando $\delta = 4$, las raíces son reales, repetidas y unitarias, pero el modelo comienza a divergir, aunque de forma lineal, porque las soluciones de ecuaciones dinámicas con raíces reales y repetidas involucra una tendencia lineal (ver Chiang, 1984, p. 508 y Lakshmikantham y Trigiante, 1988). En cambio, si $\delta > 4$, cuando menos alguna de las raíces es mayor que la unidad y el modelo diverge.

El efecto inicial de un aumento en la tasa de creación de dinero es similar al del modelo I. En un principio, la tasa de creación de dinero afecta únicamente el producto, mientras que la inflación permanece constante porque está determinada sólo por variables retrasadas. En el período 2 la inflación aumenta porque el producto del período anterior aumentó y el producto empieza a caer. El problema es que no hay forma en la que el modelo pueda estacionarse de nuevo en el equilibrio de largo plazo.

Esta versión del modelo sugiere que la competencia puede tener efectos perversos. Un incremento de δ eleva la competencia en el mercado de trabajo y, por consiguiente, aumenta el producto del estado estacionario. No obstante, también propicia ciclos más irregulares e incluso divergentes, lo cual atenta contra el bienestar de la población. Sólo en el caso de que la competencia fuera perfecta ($\delta \mapsto \infty$) el producto se estabilizaría en un valor constante.

Una pregunta importante que surge de estas conclusiones es si un modelo que diverge puede sobrevivir. La respuesta es negativa en el largo plazo, pero puede ser positiva en el corto y aun en el mediano plazo.

Un modelo como el II, el cual diverge cuando δ es mayor que 4, no puede sobrevivir bajo argumentos económicos plausibles, pues los recursos son limitados y los precios positivos. Las oscilaciones cada vez mayores requerirían que en algunos períodos se produjeran cantidades superiores a las que es posible producir. Inflaciones muy negativas harían que el nivel de precios pasara de positivo a negativo, lo cual no tiene sentido económico. Sin embargo, cuando un modelo que diverge está en el estado estacionario y hay un choque infinitesimalmente pequeño en un parámetro, las oscilaciones que muestra en un principio son también pequeñas –aunque crecientes– y son compatibles con la cantidad disponible de recursos de una economía y con la condición de no negatividad de los precios. Así que por un tiempo relativamente largo sería posible que una economía pudiera sobrevivir con un comportamiento explosivo de sus variables.

4. Sensibilidad de los modelos a los parámetros y dinámica compleja

El análisis del modelo I muestra que es estable y converge a los valores del estado estacionario cuando hay un choque en algún parámetro. En cambio, el modelo II es inestable y flota alrededor del estado estacionario cuando algún parámetro cambia o de hecho puede, incluso, divergir.

Una pregunta relevante desde el punto de vista del análisis dinámico es sobre la sensibilidad de los modelos a la regla salarial y a los parámetros. Es claro que este trabajo ha demostrado que el modelo tradicional de la curva de Phillips es altamente sensible a modificaciones aparentemente insustanciales de la regla salarial. La pregunta ahora sería qué tan sensibles son los modelos presentados al valor de los parámetros.

La respuesta anticipada es que el modelo I no es sensible a los parámetros. Si estos son similares, el modelo converge a valores también similares. No obstante, el modelo II sí es altamente sensible al valor de los parámetros y el comportamiento dinámico de las variables es muy diferente ante cambios muy pequeños en dichos parámetros. De aquí que el modelo II, aunque lineal y con patrones definidos, presenta características que normalmente se atribuyen a modelos caóticos.

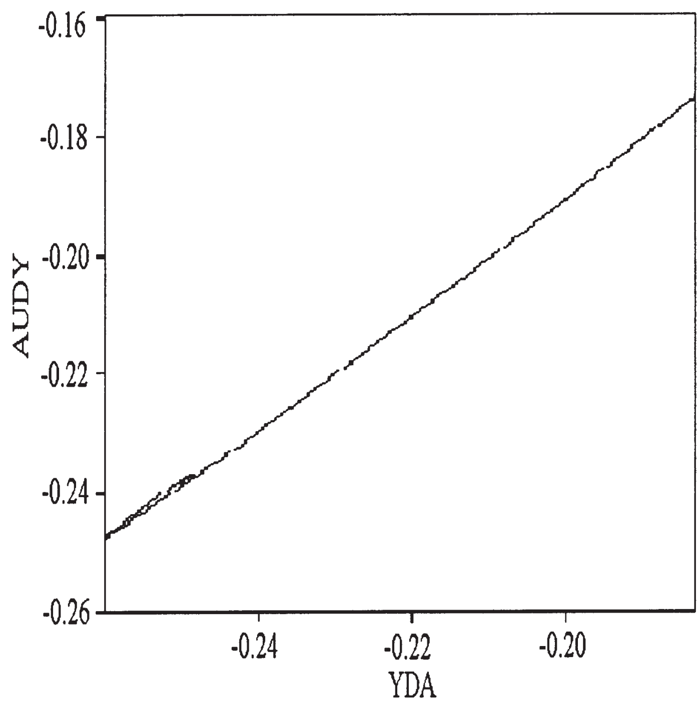
4.1. *Sensibilidad de los modelos I y II a los parámetros*

Las simulaciones se hicieron tomando en cuenta que τ es 0.5 y que estando en el estado estacionario la tasa de creación de dinero μ pasa del 30 por ciento al 50.

La gráfica 6 muestra un diagrama de fase entre las trayectorias del ingreso en el modelo I cuando δ es 2.0 y 2.1, respectivamente. Es claro que las trayectorias son tan similares que el diagrama de fase entre las dos variables es, prácticamente, una recta de 45 grados.

Gráfica 6

Diagrama de fase entre dos trayectorias de ingreso: cuando $\delta = 2.0$ (eje x) y cuando $\delta = 2.1$ (eje y), en el modelo I con 100 observaciones



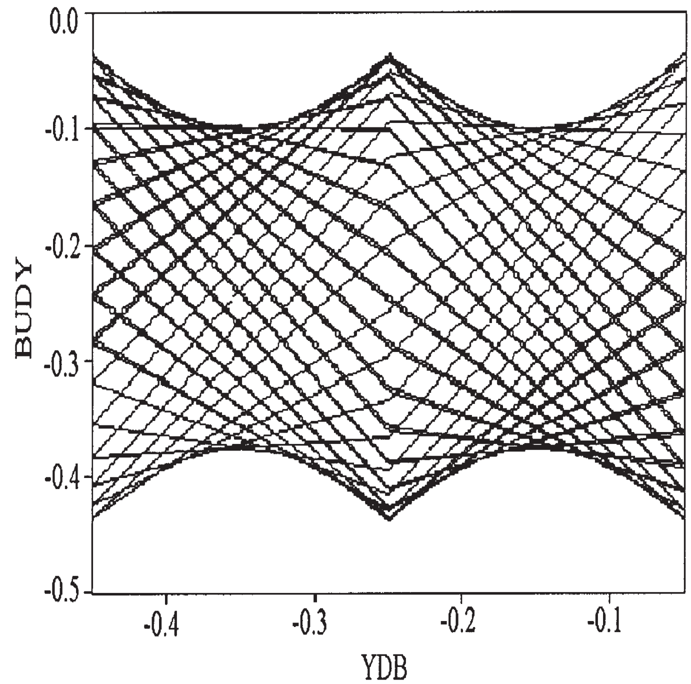
En cambio, la gráfica 7 muestra un diagrama de fase entre los ingresos cuando en el modelo II δ es 2.0 y 2.1, respectivamente. En ambos casos el sistema recibe el choque de un aumento en μ de 30 a 50 por ciento.

Las trayectorias del ingreso cuando $\delta = 2$, o δ es 2.1 son muy distintas. De hecho, cuando $\delta = 2$ el modelo toma sólo tres valores, ya que el ciclo es de orden 3. En cambio, cuando $\delta = 2.1$ el modelo presenta un ciclo de orden múltiple, probablemente infinito, aunque los valores que toma el proceso están limitados a cierto rango en los números reales.

La gráfica 7 se presenta para una simulación con 100 períodos. Si se extiende la simulación a muchas más observaciones, se empieza a llenar todo el espacio y, de manera eventual, se forma un rectángulo completamente denso. Cuando el número de observaciones tiende a infinito, la correlación estadística entre las dos trayectorias de ingreso presentadas es, prácticamente, igual a cero.

Gráfica 7

Diagrama de fase entre dos trayectorias de ingreso: cuando $\delta = 2.0$ (eje x) y cuando $\delta = 2.1$ (eje y), en el modelo II con 100 observaciones



Es posible repetir este ejercicio con pares de valores distintos, pero muy similares, y el resultado es, prácticamente, el mismo. Cuando la simulación se registra para un número relativamente reducido de períodos, es compleja la figura que se forma entre el ingreso cuando δ toma un cierto valor o cuando toma otro muy cercano.

Cuando la simulación se realiza para muchos períodos entonces se forma un rectángulo bien definido. En los casos analizados la correlación estadística entre los dos ingresos (con una cierta δ y con un valor muy cercano) termina siendo cero.[18]

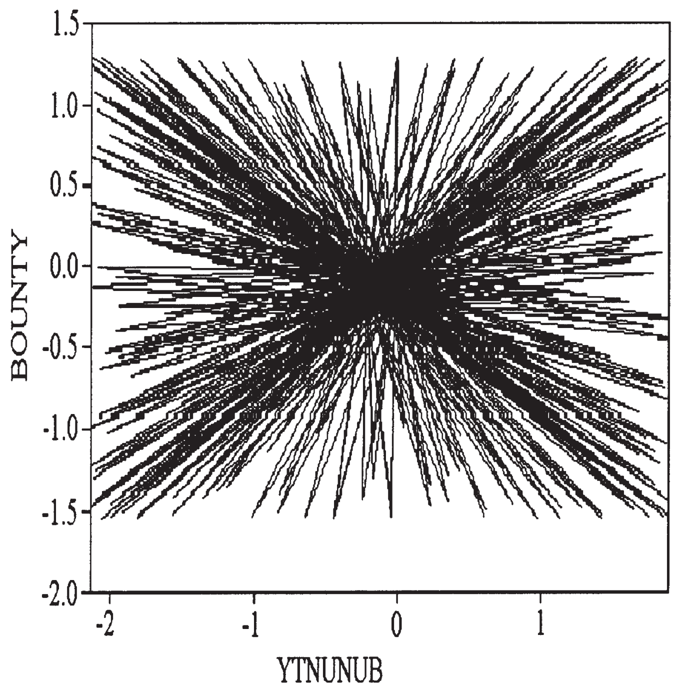
---

[18] Los ejercicios se hicieron tomando 65 000 períodos y las correlaciones se calcularon en el programa econométrico *E-views*, en donde también se dibujaron los diagramas de fase.

La gráfica 8 muestra otra simulación entre los ingresos cuando $\delta = 3.99$ y cuando es igual a 3.98. El diagrama de fase para una simulación de 255 observaciones muestra un patrón muy complejo, algo similar a una explosión. Con 65 000 observaciones habría un rectángulo denso y la correlación estadística entre ambos ingresos sería cero.

Gráfica 8

Diagrama de fase entre dos trayectorias de ingreso: cuando $\delta = 3.99$ (eje x) y cuando $\delta = 3.98$ (eje y), con 255 observaciones



4.2. *Orden múltiple en los ciclos del modelo II*

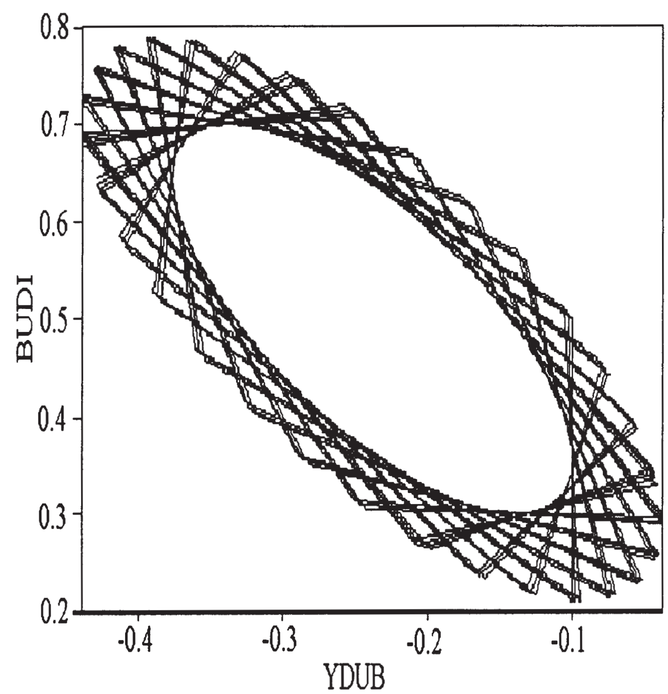
El análisis de las diferentes simulaciones en el modelo II muestra un patrón muy peculiar en el comportamiento dinámico de las variables.

Cuando δ toma valores enteros menores que 4 (1, 2 y 3) los ciclos que se generan son de orden finito. Con δ valiendo 1 los ciclos son de orden 6. Si δ es 2 entonces se generan ciclos de orden 4 y si vale 3 surgen ciclos de orden 3. En cambio si δ toma valores no enteros, todo parece indicar que se crean ciclos de orden infinito, es decir, un número incontable de bifurcaciones, aunque limitadas en el espacio de los números reales en ciertos intervalos.

Las gráficas de las series de ingreso de la sección 3 y del apéndice sugieren que el orden de los ciclos es finito, porque la serie parece repetirse en el tiempo, pero un análisis más detallado de las series simuladas muestra que los valores que en la gráfica parecen iguales no lo son en realidad, son tan sólo valores muy cercanos entre sí. Esto último parece confirmarse al graficar diagramas de fase entre la inflación y el ingreso con diversos números de observaciones.

Gráfica 9

Diagrama de fase entre el ingreso (eje x) y la inflación (eje y), cuando $\delta = 2.1$ en el modelo II, con 100 observaciones



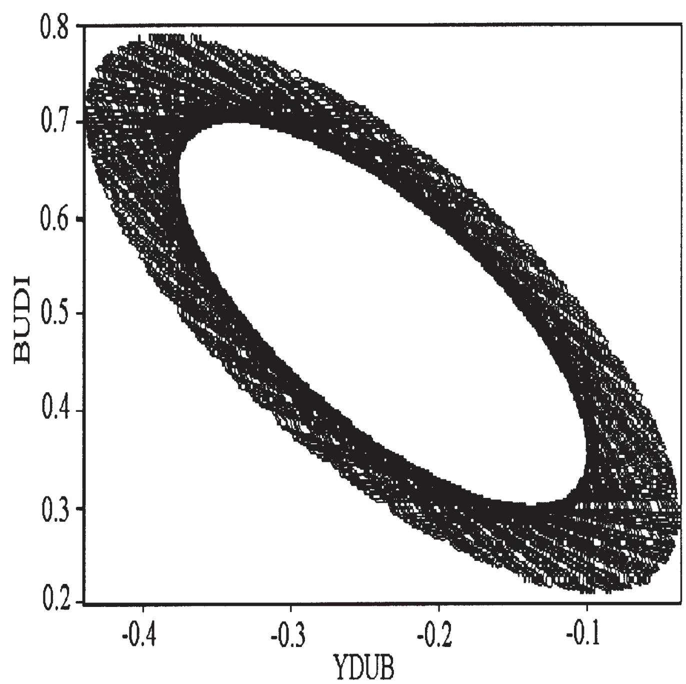
Las gráficas 9 y 10 muestran diagramas de fase para la inflación y el ingreso cuando $\delta = 2.1$. En ambos casos la inflación está en el eje vertical y el producto en el eje horizontal. Es claro que hay patrones dinámicos muy peculiares.

La gráfica 9 muestra que, para pocas observaciones (100), se van creando polígonos muy similares, pero no exactamente iguales, entre sí. Esto implica que, cuando el sistema da una vuelta completa, el lugar al que llega no es exactamente el mismo del que salió, sino sólo muy similar.

La gráfica 10 muestra una simulación para 255 observaciones. En ese caso la gran cantidad de polígonos que se generaron formó un patrón casi denso entre la elipse más interna y la más externa. Si los ciclos del ingreso y la inflación fueran de orden finito, entonces sólo se habría formado un polígono. Al haber un patrón denso, lo que sucedió es que se generaron más polígonos adjuntos al primero, lo que sugiere que los ciclos del ingreso y la inflación pudieran ser de orden infinito. Al llevar a cabo un diagrama de bifurcación entre δ y el número de valores a los que converge el proceso este número podría ser infinito, aunque limitado en un cierto intervalo de los números reales.

Gráfica 10

Diagrama de fase entre el ingreso (eje x) y la inflación (eje y), cuando $\delta = 2.1$, con 255 observaciones



Simulaciones no presentadas aquí muestran que para muchas observaciones el patrón que se forma entre la elipse interna y la externa es completamente denso. Esto sucede, por ejemplo, en una simulación donde el número de observaciones es de 65 000. Este argumento apoya la hipótesis de que cuando δ toma valores no enteros puede haber ciclos de orden infinito en el modelo II.

5. Conclusiones

En el contexto del modelo simple presentado en este artículo, las reglas salariales que miran exclusivamente al pasado le imprimen más inestabilidad al sistema dinámico, que aquéllas que reaccionan al desempleo observado en el momento. Esta diferencia marginal propicia estados estacionarios idénticos, pero reacciones dinámicas a los diversos choques muy distintas, dependiendo de la regla en cuestión.

Los resultados obtenidos dependen de la estructura del modelo presentado, y no pueden generalizarse de manera discrecional a situaciones más realistas. Sin embargo, son útiles pues sugieren que ciertos efectos dinámicos que tienen lugar en el contexto simplificado del artículo, también podrían ocurrir en la realidad.

Una pregunta que surge del modelo analizado es si en economías reales las pequeñas diferencias institucionales que existen en países similares, pueden dar lugar a movimientos dinámicos muy distintos que a la larga propicien diferencias muy grandes entre dichos países. La respuesta muy probablemente sea positiva, más cuando se atiende al hecho de que un modelo con supuestos tan simples como el aquí presentado puede dar lugar a una dinámica relativamente compleja. En apariencia, por ejemplo, la realidad podría exacerbar todavía más los efectos de pequeñas diferencias en algunas reglas de ajustes de precios.

Basados en los resultados del modelo hay entonces dos conclusiones fundamentales que surgen de este trabajo:

La primera es que, pequeñas diferencias en algunas reglas de indexación y ajuste de precios tal vez tengan un gran impacto en la trayectoria dinámica de ciertas variables macroeconómicas (hipersensibilidad a las reglas). En contextos más realistas y con interacciones más complejas entre muchas variables, diferentes formas de indexación de los salarios al pasado, es muy probable generen estados estacionarios similares pero, ante ciertos choques, movimientos dinámicos muy distintos para las variables reales.

La segunda conclusión es que, dadas ciertas reglas de ajuste de precios es probable que, en economías reales, cambios marginales de los parámetros modifiquen de manera sensible la respuesta dinámica de las variables reales a diversos choques (hipersensibilidad a los parámetros).

Lo anterior da lugar a una reflexión. Si en un contexto más realista una economía tiene ciertas reglas de ajuste de precios que generan hipersensibilidad a los parámetros, es posible que dicha economía enfrente una gran incertidumbre en presencia de diversos choques. Esto sucede porque es muy difícil saber con certeza cuál es el valor exacto de un parámetro. En el modelo analizado, si el parámetro δ es 3.9999 o 4.00001, la dinámica del producto en el largo plazo es muy diferente. La econometría no sería de gran ayuda en este caso, pues un valor puntual de 4.0 no puede rechazar ni el 3.9999, ni el 4.00001. Así que, no es posible pronosticar con certeza cuál es, realmente, el efecto de largo plazo de un choque monetario o real.

Esto último sugiere que, si en efecto, ciertas reglas propician hipersensibilidad de las variables macroeconómicas a los parámetros es necesario modificarlas. En el modelo de este trabajo una reforma laboral que incremente δ hasta el infinito eliminaría la hipersensibilidad a los parámetros. En situaciones reales, las autoridades monetarias y fiscales deberían evaluar cómo las distintas reglas salariales y de precios afectan la dinámica de variables macroeconómicas clave y, en su caso, buscar una negociación con los distintos actores económicos para modificar las reglas que generan mayor inestabilidad dinámica.

Algunas experiencias históricas muestran que las autoridades pueden contribuir para modificar ciertas reglas de ajuste de precios. Los gobiernos de Israel (en 1985) y México (en 1988) intervinieron para modificar diversas reglas de indexación de precios y salarios que imprimían inercia al proceso inflacionario. En Brasil el gobierno ha intervenido en muy diversas ocasiones para establecer reglas de indexación salarial (ver Gonzaga y Scandiuzzi, 1998).

Si es inviable modificar las reglas que generan inestabilidad dinámica, las autoridades deberían buscar otros caminos. Sería conveniente revisar si algunas políticas contracíclicas pueden anular los efectos de ciertos choques.

Los resultados de este trabajo invitan a seguir investigando los efectos de cambios marginales de ciertas reglas de ajuste de precios en la trayectoria dinámica de modelos que puedan simular situaciones más realistas. De encontrarse resultados similares a los de este artículo, también podrían empezar a modelarse algunas políticas adecuadas para estabilizar la economía.

Bibliografía

Akerlof, G., W. Dickens y G. Perry (2000). "Near Rational Wage and Price Setting and the Long Run Phillips Curve", *Brookings Papers on Economic Activity*, 1, pp. 1-44.

—— (1996). "The Macroeconomics of Low Inflation", *Brookings Papers on Economic Activity*, 1, pp. 1-59.

Bean, C. (1983). "Targeting Nominal Income: an Appraisal", *Economic Journal*, 93, pp. 806-819.

Benassy, J. P. (2002). "Optimal Monetary and Fiscal Policy Under Wage and Price Rigidities", *Macroeconomic Dynamics*, 6, pp. 429-441.

Blanchard, O. (1990). "Why Does Money Affects Output?", en B. Friedman y F. Hahn (comps.), *Handbook of Monetary Economics*, vol 2, North Holland, Amsterdam.

—— y S. Fischer (1989). *Lectures on Macroeconomics*, The MIT Press, Cambridge, Mass.

Blanchard, O. y D. Pérez Enrri (2000). *Macroeconomía: teoría y política económica con aplicaciones a América Latina*, Prentice Hall.

Blanchflower, D. y A. Oswald (1994). *The Wage Curve*, The MIT Press, Cambridge, Mass.

Brainard, W. y G. Perry (2000). "Making Policy in a Changing World", en W. Brainard y G. Perry (comps.), *Economic Events, Ideas and Policies: The 1960's and After*, Brookings Institution.

Calvo, G. y C. Vegh (1994). "Stabilization Dynamics and Backward Looking Contracts", *Journal of Development Economics*, 43, pp. 59-84.

Chiang, A. (1984). *Fundamental Methods of Mathematical Economics*, 3a. ed., International Student Edition, McGraw Hill.

Crowley, J. (1997). *The Effects of Forward versus Backward Looking Wage Indexation on Price Stabilization Programmes*, IMF Working Paper Series, WP/97/38, IMF.

Desai, M. (1973). "Growth Cycles and Inflation in a Model of Class Struggle", *Journal of Economic Theory*, 6, pp. 527-545.

Fair, R. C. (2000). "Testing the NAIRU Model for the United States", *The Review of Economics and Statistics*, 82, pp. 64-71.

Fischer, S. (1977). "Long Term Contracts, Rational Expectations and the Optimal Money Supply Rule", reimpreso en R. Lucas y T. Sargent (comps.) *Rational Expectations and Econometric Practice*, vol. 1, 1981, University of Minessota Press, pp. 261-275.

Friedman, M. (1968). "The Role of Monetary Policy", *American Economic Review*, 58, pp. 1-17.

Gali, J. (2000). "The Return of the Phillips Curve and Other Recent Developments in Business Cycle Theory", *Spanish Economic Review*, 2, pp. 1-10.

—— y D. López Salido (2001). "Una nueva curva de Phillips para España", *Moneda y Crédito*, pp. 265-304.

Ghezzi, P. (2001). "Backward-Looking Indexation, Credibility and Inflation Persistence", *Journal of International Economics*, 53, pp. 127-147.

Gonzaga, G. y J. Scandiuzzi (1998). "How Does Government Wage Policy Affect Wage Bargaining in Brazil?", *Revista de Econometría*, 18, pp. 1-30.

Gordon, R. (1972). "Wage Price Controls and the Shifting Phillips Curve", *Brookings Papers on Economic Activity*, 2, pp. 385-421.

Gray, J. (1976). "Wage Indexation: A Macroeconomic Approach", *Journal of Monetary Economics*, 2, pp. 221-235.

Jadresic, E. (2001). "Wage Indexation and Output Stability Revisited", *Journal of Money, Credit and Banking*, 34, pp. 178-196.

—— (1997). *What Kind of Contracts Underlie Aggregate Wage Dynamics?* IMF Working Paper Series, WP/97/67, IMF.

King, R. (2000). "The New IS-LM Model: Language, Logic and Limits", *Economic Quarterly*, vol. 86, núm. 3, pp. 45-103.

Lakshmikantham, V. y D. Trigiante (1988). "Theory of Difference Equations: Numerical Methods and Applications", *Mathematics in Science and Enginering*, vol. 181.

Modigliani, F. y T. Padoa-Shioppa (1978). *The Economy with 100% plus Wage Indexation*, MIT, (mimeo).

Phelps, E. (1970). "Money Wage Dynamics and Labour Market Equilibrium", en E. S. Phelps (comp.), *Microeconomic Foundations of Employment and Inflation Theory*, Norton, Nueva York.

—— (1967). "Phillips Curves, Expectations of Inflation and Optimal Unemployment Over Time", *Economica*, 34, pp. 254-281.

Poole, W. (1970). "Optimal Choice of Monetary Policy Instruments in a Simple Sthocastic Macro Model", *Quarterly Journal of Economics*, 84, pp. 197-216.

Roberts, J. (1997). *The Wage Curve and the Phillips Curve*, Finance and Economics Discussion Paper Series, 1997/57, Board of Governors of the Federal Reserve System.

Romer, D. (1996). *Advanced Macroeconomics*, McGraw Hill.

Rowthorn, R. E. (1977). "Conflict, Inflation and Money", *Cambridge Journal of Economics*, 1, pp. 215-239.

Taylor, J. (1980). "Aggregate Dynamics and Staggered Contracts", *Journal of Political Economy*, 88, pp. 1-23.

—— (1979). "Staggered Wage Setting in a Macro Model", *American Economic Review*, 69, pp. 108-113.

Taylor, L. (1991). *Income Distribution, Inflation and Growth*, The MIT Press, Cambridge, Mass.

Tobin, J. (1972). "The Wage Price Mechanism: Overview of the Conference", en O. Ekstein (comp.), *The Econometrics of Price Determination*, Board of Governors of the Federal Reserve Bank.

Trump, M. (1998). *What is Chaos?*, Ilya Prigogine Center for Studies in Statistical Mechanics and Complex Systems, Universidad de Texas en Austin, http://order.ph.utexas.edu/chaos/

Apéndice

Patrones dinámicos del modelo II

Con objeto de complementar la explicación sobre la dinámica del modelo II, el apéndice muestra más simulaciones del modelo bajo diversos supuestos, los cuales se resumen en el cuadro A.1.

Los supuestos para las simulaciones son muy similares, simplemente se presentan cuatro ejemplos: uno donde $\delta = 2.5$, que ya se mostró en el texto, otro en el que $\delta = 3.99$, uno más donde δ toma el valor de 3.9999, y un último con $\delta = 4.0001$.

Se presentan las gráficas de la dinámica del producto a lo largo del tiempo, una vez que la tasa de creación de dinero μ pasa de 0.3 a 0.5.

El ejemplo donde δ =2.5 se llevó a cabo para mostrar que, al tomar más períodos, se comienzan a observar ciertos patrones en la gráfica. Este mismo fenómeno se repite para otros valores de δ. Lo que permite descartar la presencia de caos en el sentido más estricto, pues las simulaciones muestran cierta periodicidad, lo cual no ocurre en sistemas caóticos (ver Trump, 1998).

Por otra parte, los ejemplos donde $\delta = 3.99$, a 3.9999 o a 4.0001, son elocuentes por sí mismos. Cuando $\delta = 3.99$, el producto despliega grupos de ciclos que, como burbujas, van convergiendo y divergiendo del estado estacionario. Cuando $\delta = 3.9999$, los ciclos son similares, pero muy largos y el patrón inicial de los ciclos parece muy armónico, pero finalmente es cóncavo. En cambio, cuando $\delta = 4.0001$, el ciclo deja de ser cóncavo y se convierte en convexo, para explotar y no regresar nunca al estado estacionario. Es interesante comparar este patrón con el ciclo cuando $\delta = 4$, en donde el patrón del ciclo no es ni cóncavo ni convexo, sino recto.

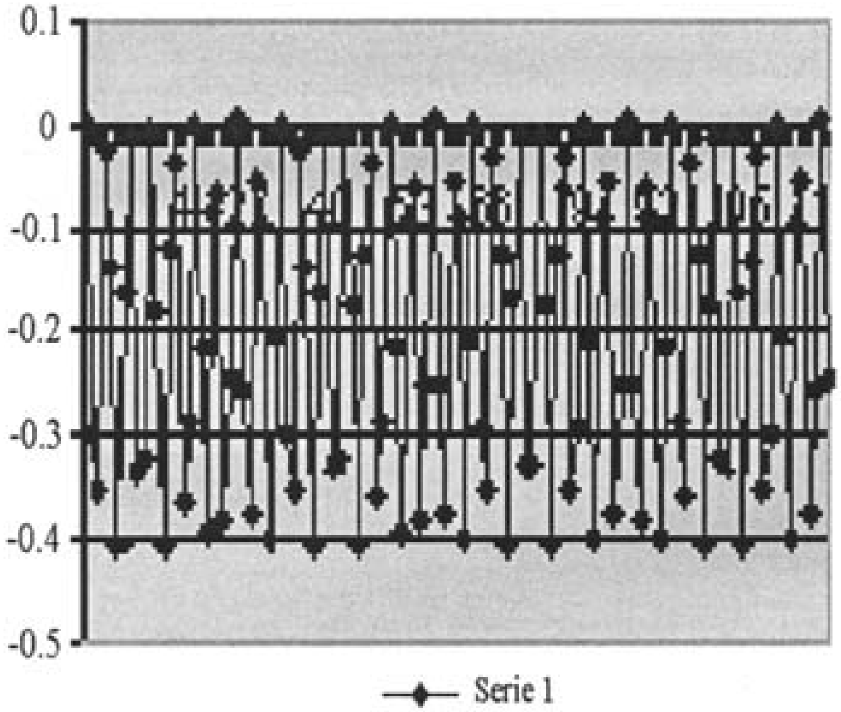
Este análisis muestra que dos economías que tienen parámetros muy similares, por ejemplo, una con $\delta = 3.999$ y otra con $\delta = 4.0001$, tienen un comportamiento, probablemente, muy similar al inicio de un choque. No obstante, conforme pasa el tiempo estas economías se comportan en forma muy diferente, por lo cual es posible concluir que la dinámica de largo plazo es hipersensible a los parámetros.

Cuadro A 1

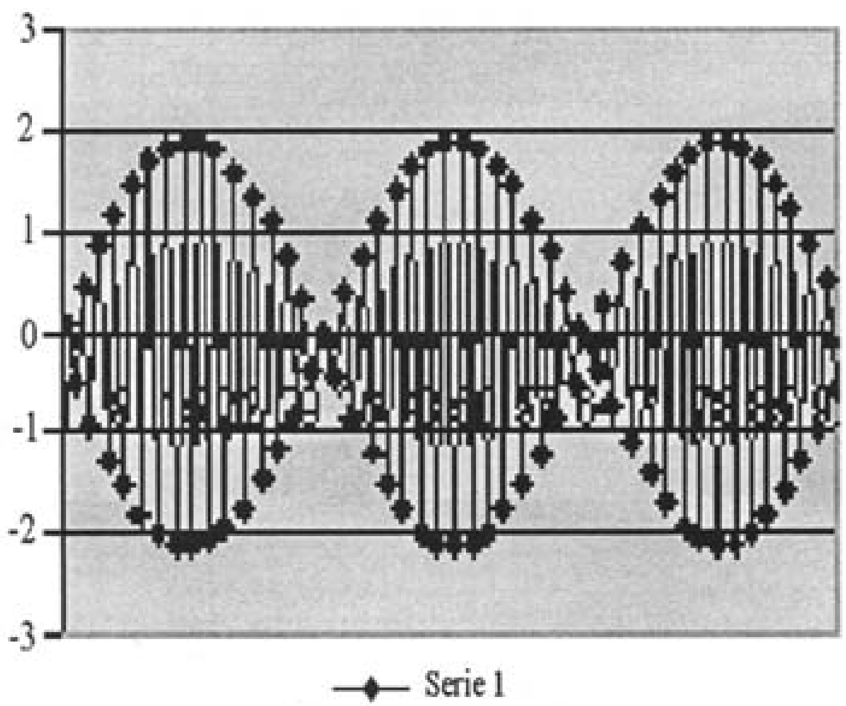
Supuestos para simulaciones

	1	*2*	*3*	*4*
δ	2.5	3.99	3.999	4.0001
τ	0.5	0.5	0.5	0.5
μ_0	0.3	0.3	0.3	0.3
V	0.0	0.0	0.0	0.0
μ	0.5	0.5	0.5	0.5
π_0	0.3	0.3	0.3	0.3
Y_0	-0.2	-0.125	-0.125	-0.124

Gráfica A.1
$\delta = 2.5$

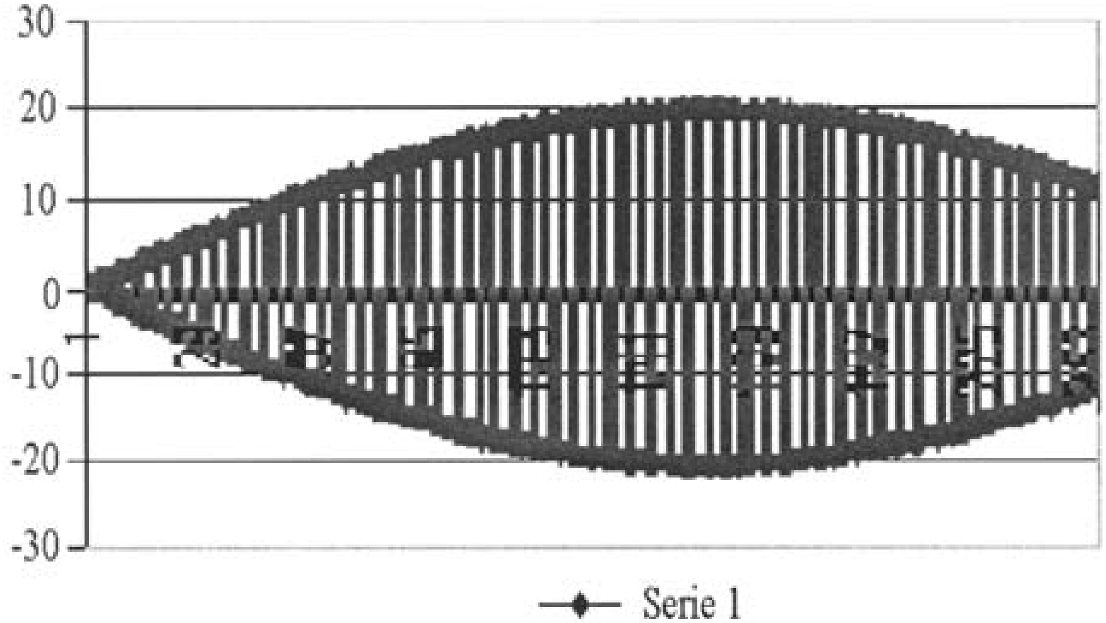


Gráfica A.2
$\delta = 3.99$



Gráfica A.3

$\delta = 3.9999$



Gráfica A.4

$\delta = 4.0001$